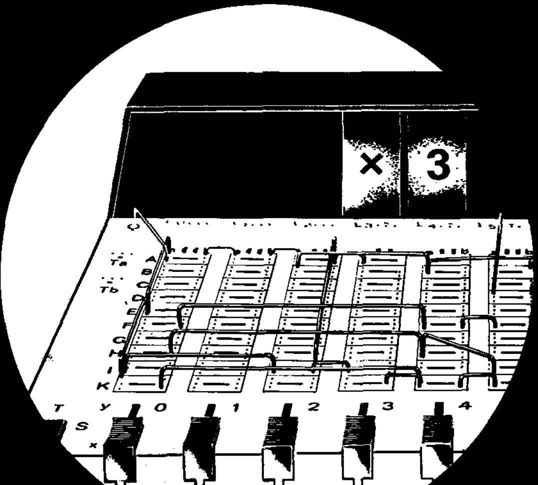
ROLF LOHBERG

Wir programmieren weiter
LOGIKUS-Zusatz-Set



kosmos

SPIELCOMPUTER
LOGIKUS

FRANCKH VERLAG STUTTGART

LOGIKUS-ZUSATZ-SET

WIR PROGRAMMIEREN WEITER

VON
ROLF LOHBERG

Mehr als 30 neue Programme
Auswertung der interessantesten
und kniffligsten Einsendungen
zum LOGIKUS-Wettbewerb
Programmierlehrgang mit
Mengenlehre und Schaltalgebra

FRANCKH'SCHE VERLAGSHANDLUNG STUTTGART

Zeichnungen von F. Nebehosteny und K. Goluch.
Den Umschlag gestaltete E. Dambacher.

Franckh'sche Verlagshandlung, W. Keller & Co., Stuttgart 1970 / Alle Rechte, besonders das Obersetzungrechcht vorbehalten / © Franckh'sche Verlagshandlung, W. Keller & Co., Stuttgart 1970 / Printed in Germany
Druck: Gmähle-Druck, Buch- und Offsetdruckerei, Stuttgart-Bad Cannstatt

Statt eines Vorworts: Eine Zwischenbemerkung

Dieses Bändchen betrachten wir als die direkte Fortsetzung des Handbuchs, das Ihrem LOGIKUS beilag. Um das gleich zu Anfang ganz deutlich zu dokumentieren, setzen wir die Serie der Kapitel und die laufenden Nummern der Schaltbilder aus dem Handbuch Nummer eins hier einfach fort. Drum geht es (nach den drei Hauptteilen des Handbuchs und dem Mini-Schach) dann auf Seite 7 gleich mit dem vierten Kapitel weiter.

Aber vorher müssen wir Ihnen noch schnell erzählen, was Sie in diesem Heft erwartet. Das ist zunächst eine Handvoll von LOGIKUS-Programmen, die uns von Ihnen, den LOGIKUS-Freunden, eingesandt wurde. Hunderte von solchen Einsendungen haben wir erhalten; nur wenige konnten wir veröffentlichen. Wir haben uns dabei auf die Programme beschränkt, die neu und besonders originell sind. Einige haben wir ein wenig abgeändert. In manchen Fällen haben wir zwei Einsendungen, die einander gut ergänzten, zu einem Programm vereinigt

Und in sehr vielen Fällen haben wir bedauert, daß wir nicht den Platz hatten, dieses und jenes Programm, das auch noch interessant gewesen wäre, abzudrucken. Aber dann wäre dieses Büchlein doppelt so dick und leider sehr viel teurer geworden.

Unsere Versuchsabteilung ist inzwischen auch neue Wege gegangen. In den zwei Jahren, die der LOGIKUS nun auf der Welt ist, hat sie viele interessante Programme entwickelt. Die besten Ergebnisse dieser Tüftelei stellen wir Ihnen auf den folgenden Seiten natürlich ebenfalls vor.

Ein Programm haben viele von Ihnen jetzt allerdings doppelt: Den Versuch mit dem Pawlowschen Hund (auf Seite 60 in diesem Heft). Da er in der allerersten Auflage des LOGIKUS-Handbuchs nicht enthalten war und erst später als Beispiel für das Finden neuer Programme angefügt wurde, haben wir ihn hier noch einmal veröffentlicht, damit unsere ältesten LOGIKUS-Freunde nicht benachteiligt sind.

In vielen Fällen standen wir beim Programmieren vor einer grundsätzlichen Frage: Wollen wir ein „narrensicheres" Programm aufbauen? Oder eines, das Ihnen noch Möglichkeiten läßt? Auch Möglichkeiten, Fehler zu machen, natürlich!

Da finden Sie zum Beispiel auf Seite 8 das Programm zum Verbrecherfang. Wenn Sie dort gleichzeitig die Schaltschieber für „groß" und für „klein" stellen, ernten Sie Verwirrungen und Falschmeldungen. Widersprüchliche Eingabedaten können bei keinem Computer zu eindeutigen Auskünften führen.

Natürlich hätten wir durch das Einprogrammieren von Negationsschaltungen solche Fehler ausschließen können. Eine Antivalenzschaltung zwischen „groß" und „klein" würde jeden Irrtum verhindern. So könnte man jede Fehleingabe von vornherein unmöglich machen. Aber das hätte bei einem Programm von der Ausdehnung unserer Verbrecherjagd ein schier undurchdringliches Verdrahtungsdickicht zur Folge.

Darum haben wir bei diesem Programm und etlichen anderen Vorschlägen die Schaltungen lieber durchsichtig aufgebaut und die Verantwortung für eine einwandfreie Dateneingabe in Ihre Hand gelegt. Wenn Sie mögen, können Sie die Negationen ja noch nachträglich einbauen. Schwer ist es nicht.

Wollen wir auch dieses Mal, wie im ersten Handbuch, mit einem Spiel anfangen — nur so, um richtig Appetit auf weitere Programme zu bekommen? Bitte schön! Sie brauchen nur umzublättern.

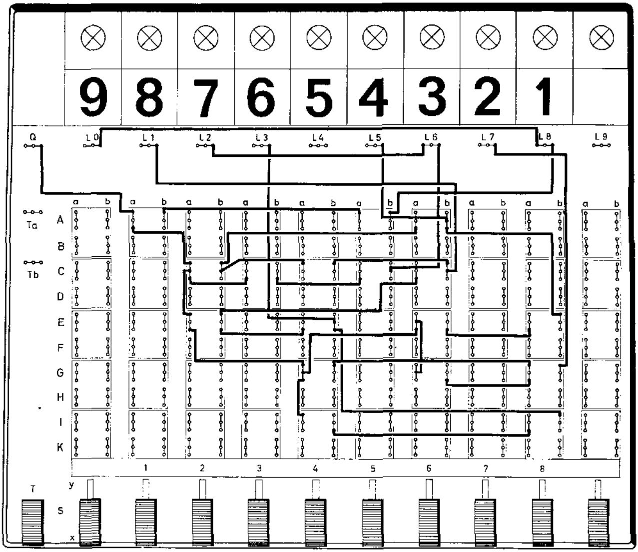
übrigens: Die Schaltsymbole auf den Seiten 22 und 28 weichen etwas von denen im Handbuch Nummer eins ab, weil sie nach der neuesten Norm DIN 40700 gezeichnet worden sind.

Mini-Schach dem LOGIKUS

Dieses Spiel geht auf den Vorschlag eines Einsenders zurück. Er hatte sich sehr abgemüht, seinen LOGIKUS zu einer Art von Schachpartner zu erziehen. Dazu erfand er das Mini-Schachbrett mit den neun Feldern. Wir haben dann an seinem Vorschlag weiter herumprobiert und -programmiert, bis ein richtiges Spiel daraus wurde. Das geht so:

7	8	9
6	5	4
1	2	3

Zunächst zeichnen Sie das Schachbrett und schreiben in die Felder die Zahlen 1 bis 9 — wie auf unserer Zeichnung. Als Spielfiguren können Sie nehmen, was Ihnen gerade in die Hand kommt: Dame-Steine, Halma-Männchen, Münzen. Dann machen Sie sich mit den Spielregeln vertraut. Jeder hat drei Steine — Sie drei und der LOGIKUS drei. Ihre Steine setzen Sie zu Beginn auf Feld 1, 2 und 3. Die Steine



Schaltbild 38

des LOGIKUS setzen Sie auf 7, 8 und 9. Man darf nur diagonal — also schräg — ziehen, und immer nur einen Schritt. Einen gegnerischen Stein darf man — ebenfalls diagonal — überspringen. Damit ist dieser feindliche Stein geschlagen und muß aus dem Spiel genommen werden. Bietet sich Gelegenheit zu solch einer Kaperei, dann muß man sie ausnutzen; den Gegner aus hochstrategischen Gründen zu schonen, gilt nicht. Ziel ist, möglichst viele eigene Steine in die Startreihe des Feindes zu bringen. Sie müssen also versuchen, mit Ihren Steinen auf die Felder 7,8 und 9 vorzudringen.

Der LOGIKUS wird verdrahtet wie auf Schaltbild 38. Die zum Spiel gehörenden Streifen für Lämpchen und Schaltschieber heißen „Schach".

Sie fangen bei diesem Spiel an. Beispielsweise ziehen Sie von 1 nach 5. Teilen Sie das dem LOGIKUS mit, indem Sie Schaltschieber 1 und 5 auf y stellen! Er sagt Ihnen durch Aufleuchten seiner Lämpchen — in diesem Fall 9 und 1 —, wie er ziehen möchte. Das müssen natürlich Sie für ihn tun, denn Hände hat er ja leider nicht. Freilich ist dieser Zug bitter für Sie, denn er kostet Sie gleich den ersten Stein (nämlich den, den Sie auf die 5 gezogen haben).

Dann stellen Sie alle Schaltschieber wieder auf x — und jetzt können Sie sich mit irgendeinem schlauen Gegenzug rächen, den Sie dem LOGIKUS natürlich auch wieder mitteilen müssen, damit er reagieren kann.

Und so geht es weiter, bis klar ist, wer gewonnen hat. Sie natürlich, denn Sie sind ja der denkende Kopf. Oder? Seien Sie nicht zu sicher! Der LOGIKUS ist ein starker Gegner.

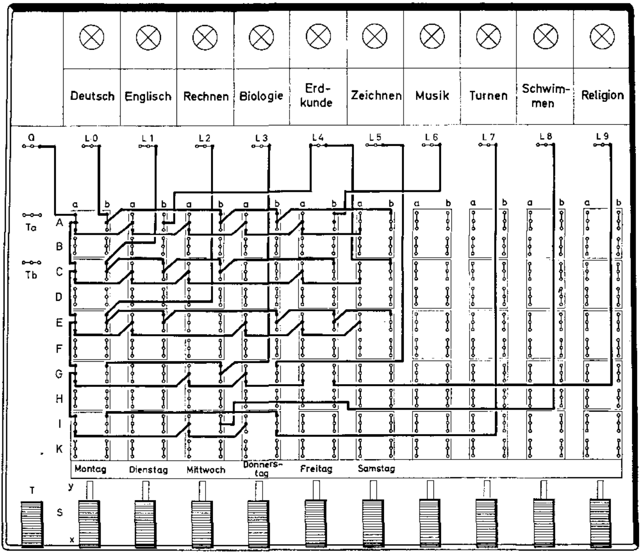
Viertes Kapitel: Das Zuordnen

Im Handbuch, das dem LOGIKUS beilag, haben wir uns über viele Seiten hinweg mit dem „Zuordnen" beschäftigt. Es ist eine der Hauptbeschäftigungen auch bei erwachsenen Elektronenrechnern. Es folgen nun ein paar originelle Zuordnungsprogramme, die uns von LOGIKUS-Freunden eingeschickt wurden.

1. Ein Stundenplan

Hier ist ein sehr hübsches Zuordnungsprogramm, das vor allem den Vorteil hat, daß unsere jüngeren LOGIKUS-Programmierer es praktisch verwenden können: Ein Stundenplan (Streifen „Schule").

Das Programm muß natürlich jeder nach seinem eigenen Stundenplan zusammenstellen. Wir haben hier nur ein Beispiel:



Schaltbild 39*

* Von LOGIKUS-Programmierer Peter Bader in München.

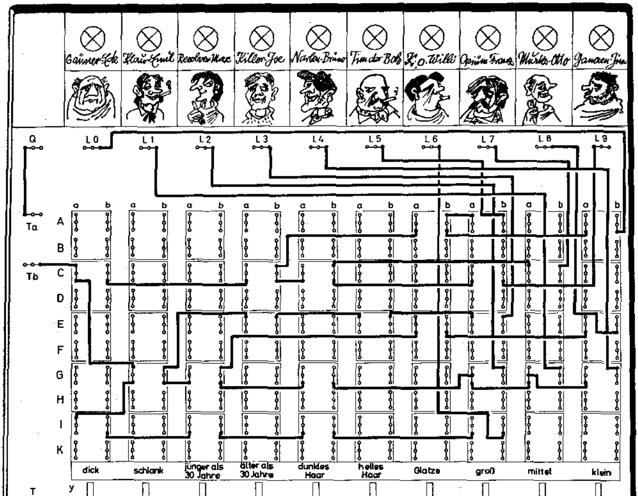
2. So fängt man Räuber

Neuerdings setzt man Computer zum Verbrecherfang ein. Sie werden dabei im Prinzip genauso programmiert wie hier unser LOGIKUS: Man legt die elektrischen Verbindungen so, daß gewissen körperlichen Merkmalen ein bestimmter Gauner entspricht, daß dieser Gauner den Merkmalen „zugeordnet" ist.

Geht dann die Meldung von einem Verbrechen ein und man hat eine ungefähre Personenbeschreibung des Täters, so ist der Computer in Sekundenbruchteilen imstande, aufgrund dieser Beschreibung eine Reihe von Herren aus der Verbrecherkartei zu benennen, die diesen Merkmalen ungefähr entsprechen.

Der LOGIKUS kann zehn Verbrecher überführen. 26 Personenbeschreibungen treffen auf ehrliche Bürger zu, die in der (Lämpchen-)Kartei nicht zu finden sind.

Weil wir zufällig gerade keine richtigen Gauner zur Hand hatten, mußten wir den LOGIKUS aufs Geratewohl programmieren (Schaltbild 40, Streifen „Räuber"). Wenn Sie Lust haben, so können Sie ja eine Art von Suchsystem für Ihre nähere und weitere Familie entwerfen und programmieren. Doch würden wir Ihnen dann zu Ihrer eigenen Sicherheit empfehlen, nicht zu verraten, daß Sie sich dazu eine elektronische Verbrecherkartei als Beispiel genommen haben.



Schaltbild 40*

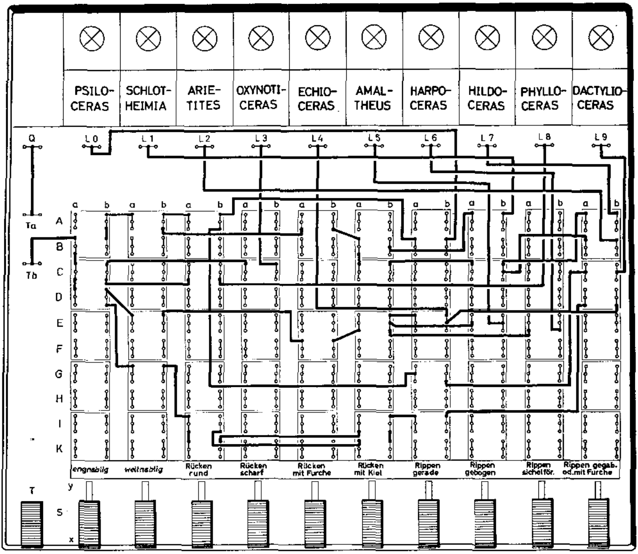
*. Nach zwei Vorschlägen der LOGIKUS-Programmierer Michael Gösch in Wiesloch (13 Jahre alt) und Johann Bohle in Burgsteinfurt.

3. Die reine Wissenschaft

Hier hat uns ein Fachmann ein Programm entworfen, das die reine Wissenschaft darstellt. Es geht darum, die „leitenden Ammoniten im Lias" — in laienhaftem Deutsch: die versteinerten Weichtiere, die man in den Schichten des Schwarzen Jura findet — nach ihren äußeren Merkmalen zu bestimmen.

Zum besseren Verständnis sei uns eine kleine Abschweifung erlaubt. Zu den Weichtieren gehören zum Beispiel die Kopffüßer oder Ammoniten. Ihre Körper sind ohne Hartteile, dafür hat die Natur ihnen eine Kalkschale mitgegeben, die sie bis zu einem gewissen Grade vor den Unbilden des Lebens schützt. Wir können der Natur dafür nur dankbar sein, denn sonst gäbe es keine Versteinerungen von Weichtieren. Was wir im Lias und anderen Gesteinsschichten finden, sind die Abdrücke der Kalkschalen, die sich über Jahrmillionen erhalten haben.

Unser Programm ist natürlich nur etwas für Leute, die sich mit so uralten Tieren wie den Kopffüßern abgeben. Aber solche Leute gibt es im Kreis der KOSMOS-Mitglieder ja genug. Und alle anderen werden feststellen, daß solch ein kleiner Computer als Bestimmungsgerät wirklich Tüchtiges leisten kann (Streifen „Lias").



Schaltbild **41***

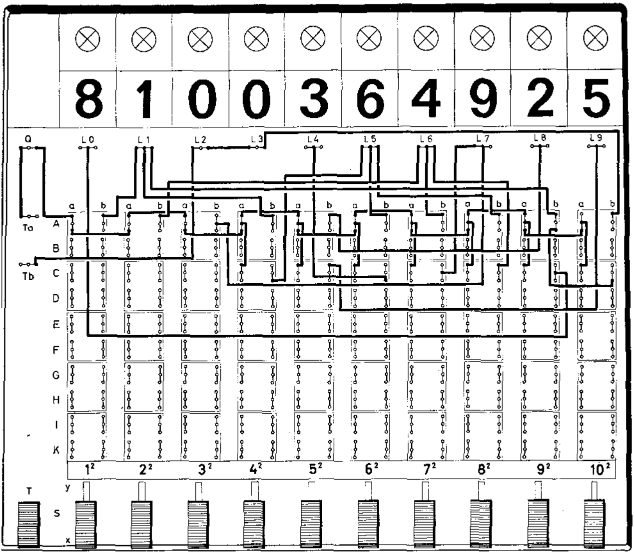
' Von LOGIKUS-Programmierer Dr. W. Felix in Sulz-Attikon (Schweiz).

Zwischenbemerkung

Zum Thema „Zuordnen" erhielten wir die meisten Einsendungen. Doch fast alle waren — wie es in der Natur der Zuordnerei nun einmal liegt — Variationen immer wieder gleicher Themen.

Im ersten Handbuch erzählten wir Ihnen, wie die großen Computer durch Zuordnung auch Rechenaufgaben lösen. Es handelt sich dabei um Schaltungen, bei denen die einzelnen Ziffern und die zugehörigen Ergebnisse einander ohne zwingende mathematische Notwendigkeit zugeordnet sind.

Ein solches, im Grunde sehr willkürliches, aber perfekt funktionierendes Programm, mit dem sich verblüffend quadrieren läßt, finden Sie im Schaltbild 42 (Schaltschieber- und Transparentstreifen „Quadrieren"). Sie müssen nur immer die aufleuchtenden Ziffern zu einer Zahl zusammenlesen. Wenn vorne die 1 leuchtet und weiter hinten die 6, so heißt das eben „16".



Schaltbild 42*

[1] Von LOGIKUS-Programmierer Stefan Bässgen in Freiburg.

Andere Computer rechnen nicht durch Zuordnung, sondern unter Zuhilfenahme des dualen Rechensystems. Auch das zeigten wir Ihnen in Handbuch Nummer eins.
Nun schrieben uns viele LOGIKUS-Besitzer, sie hätten einige Schwierigkeiten, in die inneren Geheimnisse des dualen Rechnens einzudringen. Sie seien von klein auf an das dezimale System gewöhnt und könnten so schnell nicht umdenken.
Deshalb geben wir Ihnen hier noch schnell eine breitere Einführung ins duale Rechnen. Programmierbeispiele liefern wir aber nicht mit; die finden Sie im ersten Handbuch in großer Zahl.
Also:

Unser übliches Zähl- und Rechensystem ist dezimal (= von der Zahl 10 ausgehend). Wir zählen von 1 bis 9, und dann kommt die 10, die aus zwei Stellen besteht. Wird die 10 wiederum mit 10 multipliziert, so haben wir drei Stellen. Der mathematische Fachmann sagt: Unser Rechensystem ist auf Zehnerpotenzen aufgebaut. Und der Volkskundler erklärt, das käme daher, weil der Mensch von jeher gerne mit seinen Fingern gezählt und nun einmal zehn Finger habe. Oder auch zehn Zehen.
Wenn man im Zehnersystem zählt, so sieht das so aus:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
10 11 12 13 14 15 . . . und so weiter.

Das scheint uns ganz logisch, weil wir es eben so gewöhnt sind. Aber man kann, wenn man will, auch in einem Achtersystem rechnen:

0 1 2 3 4 5 6 7
10 11 12 13 14 15 16 17
20 21 22 23 24 . . . und so weiter.

Die Zahlen „Acht" und „Neun" gibt es dann einfach nicht. Natürlich gelten nun auch unsere gewohnten Additionen nicht mehr. Im Achtersystem ist 5 plus 7 nicht 12, sondern 14. Man braucht ja nur auf unseren Zahlenreihen oben zur Fünf sieben Schritte hinzu zu addieren — dann kommt man auf 14.
Auch das kleine Einmaleins hat sich verändert. Drei mal drei ist nicht mehr neun, sondern elf. Und vier mal fünf ergibt nicht 20, sondern 24.
Wären wir mit diesem Achtersystem aufgewachsen, würden wir gar nichts dabei finden, so zu rechnen; denn die Algebra mit all ihren Grundregeln verändert sich ja nicht.
Man kann sich beliebig viele Systeme ausdenken: ein Sechsersystem, ein Zwanzigersystem, ein Zwölfersystem. Nach diesem Zwölfersystem hat die zivilisierte Menschheit im Altertum lange genug gerechnet. Daher kommen die zwölf Monate im Jahr, kommt unser Begriff vom „Dutzend" und, wer weiß, vielleicht sogar die Zwölferwette im Toto.
Auch solch ein Zwölfersystem können wir aufschreiben. Das hat nur einen Nachteil: Unsere arabische Ziffernschrift ist auf das Zehnersystem zugeschnitten und geht nur von Null bis Neun. Wir müssen also zwei Ziffern hinzuerfinden:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ? ?
10 11 12 13 14 15 . . . und so weiter.

Wir könnten diese beiden neuen Ziffern „Schnurz" und „Piepe" nennen und § und & schreiben. Das würde dann so aussehen:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 § &
10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 1§ 1&
20 21 22 23 . . . und so weiter.

Zählen würde man: „Eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun, schnurz, piepe, zehn, elf, zwölf, dreizehn, vierzehn, fünfzehn, sechzehn, siebzehn, achtzehn, neunzehn, schnurzzehn, piepzehn, zwanzig . ..

Beim Addieren wäre fünf plus fünf gleich schnurz und sieben plus vier gleich piepe. Und auch das Einmaleins wäre neu: 2 X & — 1§, sprich: zwei mal piepe gleich schnurzzehn.

Man könnte ein Gesellschaftsspiel daraus machen. Aber es ist die reine Mathematik.

Zwölfersystem, Fünfzigersystem, Hundertneununddreißigersystem — nach oben sind keine Grenzen gesetzt. Und nach unten? Wir wollen sehen. Ein Vierersystem wäre schon recht bescheiden:

0	1	2	3
10	11	12	13
20	21	22	23
30	31	32	33
40	41	. . .	

Halt! Das wäre falsch. Denn im Vierersystem würde es ja gar keine Vier geben. So, wie nach der drei gleich die zehn kommt, also eine zweite Stelle hinzugenommen wird, so muß nun eben nach der 33 eine dritte Stelle dazugenommen werden: die Hundert. Unser System müßte also diese Form haben:

0	1	2	3
10	11	12	13
20	21	22	23
30	31	32	33
100	101	102	103
110	111	112	113
120	121	. . . und so weiter.	

Nun ist das Vierersystem nicht das kleinste, das man sich denken könnte. Ein Dreiersystem wäre möglich, ein Zweiersystem . . . und dann ist Schluß. Ein Einersystem ist schlecht denkbar, das hätte nur eine einzige Zahl zur Verfügung, und mit der läßt sich nicht viel anfangen.

Also ist das Zweiersystem wohl das kleinste mögliche Rechensystem. Es sieht so aus:

0	1
10	11
100	101
110	111
1000	1001
1010	1011
1100	1101
1110	1111 . . . und so weiter.

1100 1101
1110 1111 ... undsoweiter.

Um die Mathematiker zufriedenzustellen: Es ist ein Zahlensystem, das auf Potenzen der Zahl 2 aufgebaut ist. Im Gegensatz zum „Dezimalsystem" (unserem herkömmlichen Zehnersystem) nennt man es das „Dualsystem", und es gilt heute als so wichtig, daß es bereits in die Rechenbücher der Erstkläßler an den Gymnasien aufgenommen worden ist.

Für unseren LOGIKUS — wie für jeden Computer — ist dieses Dualsystem besonders bedeutungsvoll. Denn solch ein Computer hat ja keine zehn Finger oder Zehen wie der Mensch, sondern eigentlich nur zwei Möglichkeiten, um sich mitzuteilen: indem er Strom fließen läßt oder keinen, indem er Lämpchen aufleuchten läßt oder nicht. Die klassische Methode, mit der man den ersten Computern das Rechnen beibrachte, war deshalb die duale.

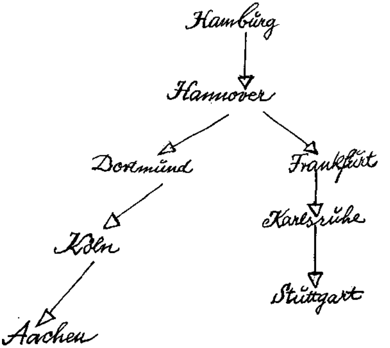
Damit man beim Aufschreiben der Dualzahlen nicht versehentlich mit dem Dezimalsystem kollidiert, ersetzt man die Ziffern Null und Eins durch Buchstaben: durch L und O. Man schreibt dann statt 10 einfach LO und statt 101 schlicht LOL Das ist ja kein großer Unterschied.

Fünftes Kapitel: Das Steuern

Mit der „Steuerung" ist es so eine Sache. Im Gegensatz zur „Regelung', die uns im nächsten Teil beschäftigen wird, gibt die „Steuerung" — oder das, was man darunter exakt zu verstehen hat — den Fachleuten immer noch Grund zu Auseinandersetzungen. Wir wollen uns da nicht einmischen. Mit dem LOGIKUS können wir ohnedies nur einen Teil aller Möglichkeiten, die im Begriff „Steuern" versteckt sind, experimentell unter-

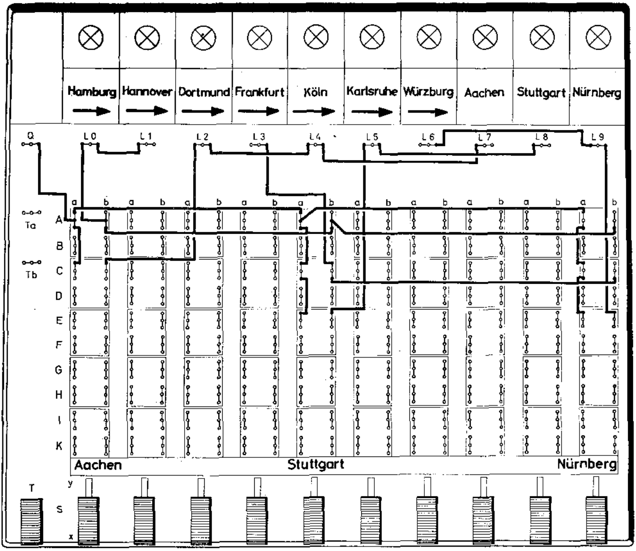
1. Ein Wegweiser

Zunächst wollen wir, wenn Sie einverstanden sind, unter „Steuern" das pfeilgerade Ansteuern eines Ziels verstehen. Etwa so, wie man sein Auto nach der Straßenkarte oder den Wegweisern von einem Ort zum anderen dirigiert. Nehmen wir an, wir hätten eine Reihe von Lastzugfahrern zu betreuen, die aus Skandinavien kommen, Deutschland kaum kennen, aber über die Autobahn verschiedene Städte der Bundesrepublik ansteuern sollen. In Hamburg könnten wir ihnen für die drei Zielorte Aachen, Stuttgart und Nürnberg eine Fahrskizze machen, die so aussieht:



Hier haben wir ein regelrechtes Steuerschema; denn nach diesen Aufzeichnungen können die Fahrer ihre Lastzüge von Station zu Station sicher ans Ziel lenken.

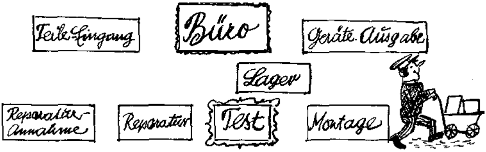
Natürlich kann man aus diesem Schema auch ein Programm für den LOGIKUS zusammenstellen. Es ist eine ganz einfache Schaltung, die niemandem große Schwierigkeiten macht. Auf Schaltbild 43 ist sie verdrahtet (Streifen „Autobahn"). Man braucht nur die Schaltschieber bei Aachen, Stuttgart oder Nürnberg auf y zu schieben, und schon leuchtet die Reihe der Städte auf, über die man auf der Autobahn am besten ans Ziel kommt.



Schaltbild 43

2. Wir montieren Elektroartikel

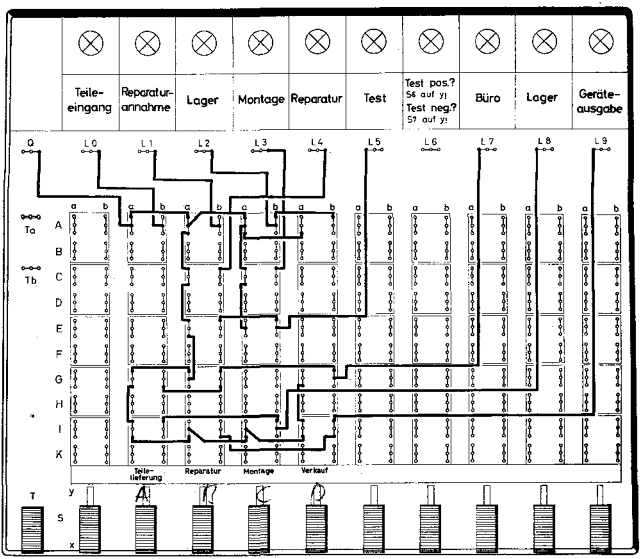
Das Beispiel von den Lastzügen, die von Hamburg nach Aachen fahren, ist natürlich sehr simpel; doch benutzt man in der Industrie und Technik Steuersysteme, die nach genau denselben Gesichtspunkten konstruiert sind. Hier zum Beispiel haben wir es mit einer kleinen Fabrik zu tun, die Elektroartikel herstellt, aber auch defekte Geräte repariert. Diese Firma setzt sich aus folgenden Abteilungen zusammen:



Es geht nun darum, für die Teile und Geräte, die diese Firma durchlaufen, und für deren Begleitpapiere, den jeweils richtigen Laufweg auszuarbeiten. Als Liste würde das z. B. so aussehen:

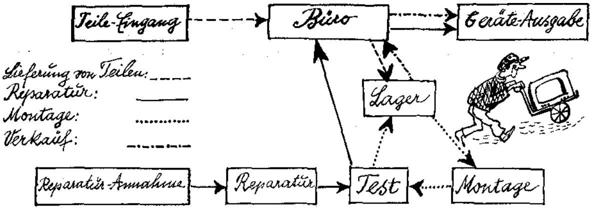
1. Lieferung von Teilen: Teile-Eingang -> Büro-> Lager.
2. Reparatur: Reparaturannahme -> Reparatur -> Test -> Büro -> Ausgabe der reparierten Geräte.
3. Montage: Teile vom Lager -> Montage -> Test -> Fertige Geräte ins Lager.
4. Verkauf: Geräte aus dem Lager -> Büro -> Geräteausgabe.

Dabei haben wir angenommen, daß Einzelteile und fertige Geräte im selben Lager untergebracht werden. Ferner haben wir das Büro in drei der vier Arbeitsgänge mit eingeschaltet. In einer ordentlich geführten Fabrik gehört sich das so. Das Büro muß Menge und Art eingehender Einzelteile festhalten, muß die Reparaturrechnungen schreiben und die Verkäufe notieren.



Schaltbild 44

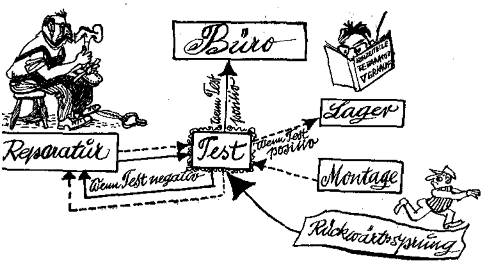
Aus dieser Liste der Arbeitsabläufe läßt sich ein Schema entwerfen, das so aussieht:



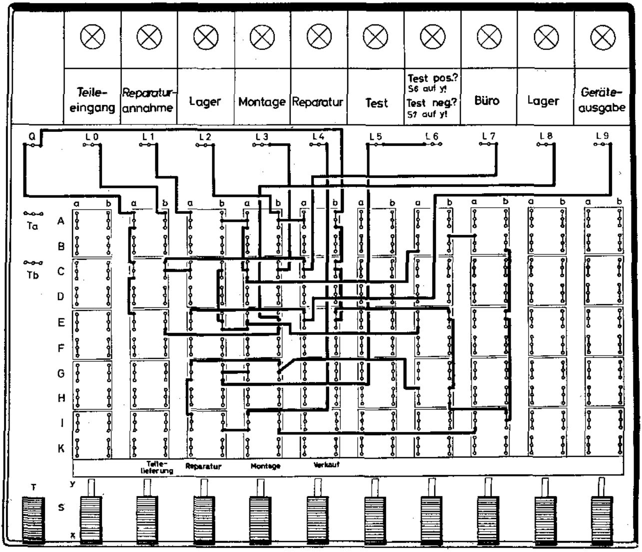
Daraus wiederum kann man ein Steuerungsprogramm für den LOGIKUS aufbauen, wie wir es im Schaltbild 44 (Streifen „Fabrik") festgehalten haben. Je nachdem, weichen der Schaltschieber — „Reparatur" zum Beispiel oder „Verkauf" — Sie auf y stellen: Das Lampenfeld zeigt den Gang der Dinge in der richtigen Reihenfolge.

3. Ein Sprung zurück

Anspruchsvoll, wie wir sind, ist uns dieses Steuerungssystem noch nicht perfekt genug. Zwar werden die Geräte bei der Montage wie bei der Reparatur streng geprüft, bevor sie dem Kunden in die Hand gedrückt werden. Das besorgt die Abteilung „Test". Aber bis jetzt haben wir schlicht angenommen, daß diese Prüfung stets zur allseitigen Zufriedenheit ausfällt und man das Gerät seelenruhig weitergeben kann — zum Kunden oder ins Lager. So leichtfertig dürfen wir aber nicht sein. Wir müssen schon damit rechnen, daß der Test auch einmal negativ ausfallen könnte, das Gerät also noch nicht in Ordnung ist. Für diesen Fall muß man in das Ablaufschema einen sogenannten „Rückwärtssprung" einprogrammieren: Wenn der Test positiv ausfällt, wie es sich ja eigentlich gehört, bleibt alles beim alten. Zeigt sich aber ein Mangel, so muß unser Steuerungsprogramm zurückspringen. Das Gerät muß noch einmal zurück in die Montage, muß dort durchgesehen und repariert und dann erneut getestet werden. Im Schemabild sieht das so aus:



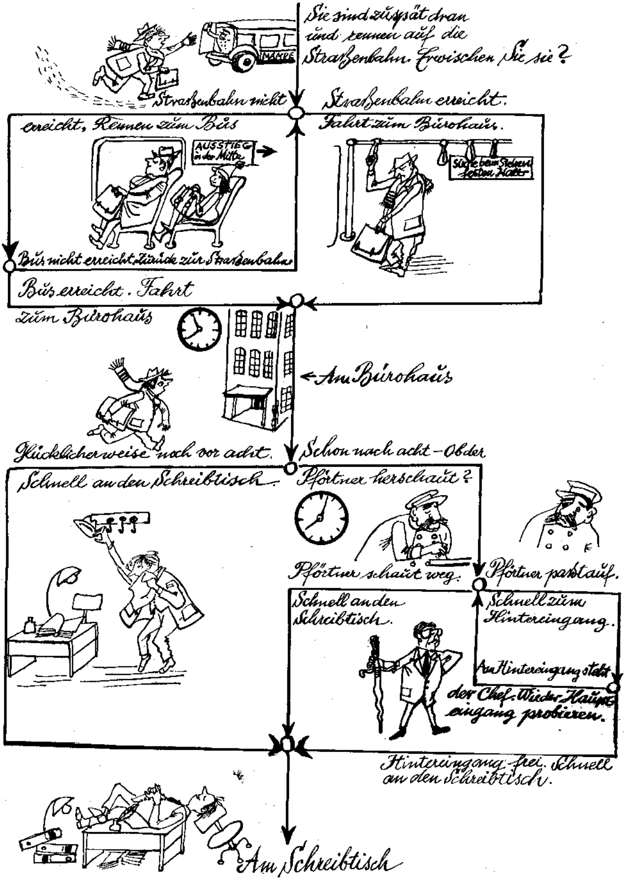
Wollen Sie das nicht selbst einmal programmieren? So ein Sprung zurück im Zorn macht — wenn man ihn auf dem LOGIKUS stöpselt — großen Spaß. Für alle Fälle haben wir Ihnen die Schaltung aber doch aufgezeichnet: Auf Schaltbild 45.



Schaltbild 45

4. Bedingter Sprung auf die Straßenbahn

Für Leute, die Spaß am Programmieren haben, sind „bedingte Sprünge" der reine Leckerbissen. („Bedingte Sprünge" sind für Programmierer alle sprunghaften Bewegungen im Programm, die durch ein — vorher einkalkuliertes — Ereignis ausgelöst werden. Solche Sprünge treten auch bei schlichten Computer-Rechnungen auf — wenn beispielsweise eine komplizierte Multiplikation vorzeitig beendet werden kann, weil schon als Zwischenergebnis „Null" herauskommt. Der Sprung im Programm kann nach vorn geschehen [„überspringe einfach die nächsten Programmschritte!"] oder nach hinten [„das Ganze mit anderen Zahlen noch einmal!"].) Es gibt für diese „bedingten Sprünge" ja auch genügend Vorbilder in der rauhen Wirklichkeit. Zum Beispiel den allmorgendlichen Hindernislauf ins Büro, den wir Ihnen auf der nächsten Seite als „Flußdiagramm" aufgezeichnet haben — in der gleichen Form also, wie man den Programmierern an Großcomputern ein Problem vorsetzt.



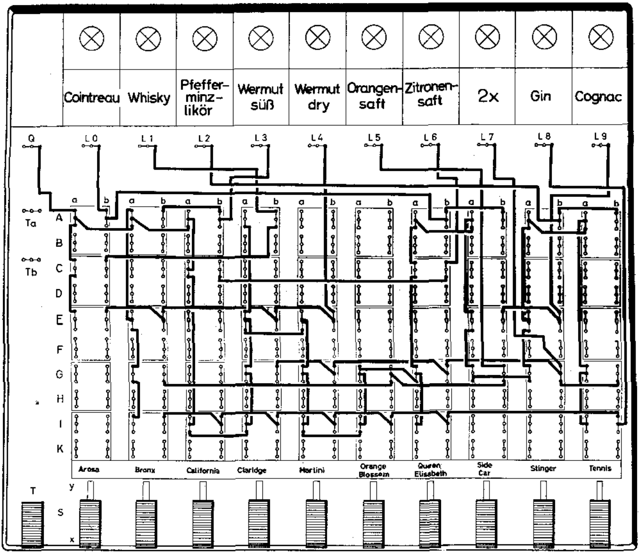
Das haben wir aber nicht mehr für Sie verdrahtet. Probieren Sie's doch selbst!

5. Chemie für Trinker

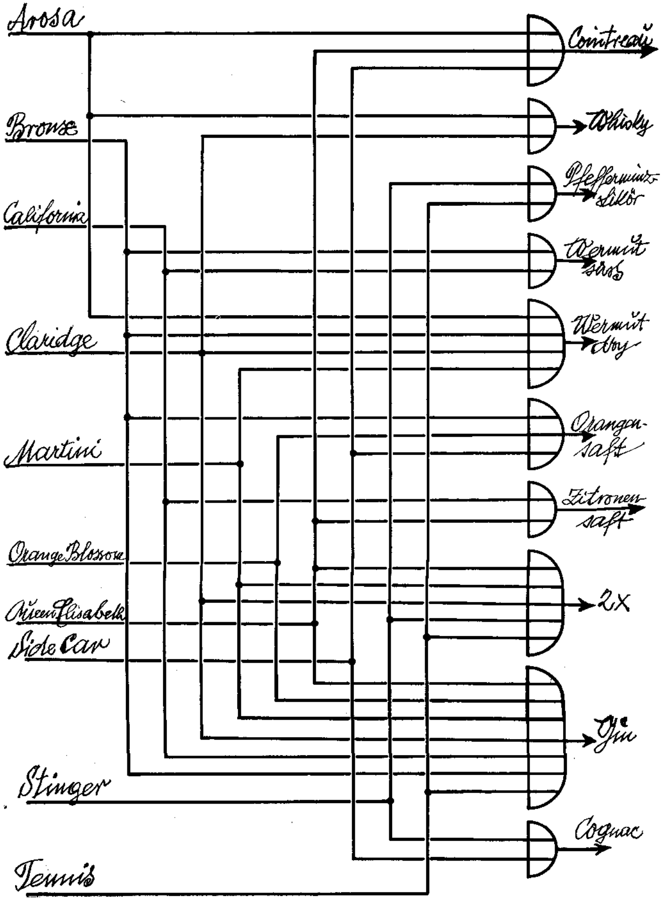
Auch in der chemischen Industrie braucht man Steuerprogramme, die angeben, welche Chemikalien zusammengemischt werden müssen, um diesen oder jenen Stoff zu fabrizieren. Zum großen Teil laufen diese Steuerprogramme automatisch ab: Man drückt auf einen Knopf, und die einzelnen chemischen Bestandteile mischen sich nach dem Programm, das dem Computer eingegeben worden ist.

Auch wir haben Ihnen hier solch ein chemisches Mischungsprogramm zusammengestellt. Sie haben sogar einen praktischen Nutzen davon: Sie können den verdrahteten LOGIKUS in Ihre Hausbar stellen. Denn er gibt Ihnen die Steuerungsvorschriften für wohlschmeckende Cocktails an. (Die Lampe „2x", also die Anweisung für die doppelte Menge, bezieht sich jeweils nur auf Gin oder Cognac.)

Damit wir nicht aus der Übung kommen, haben wir nicht nur den Schaltplan aufgestellt (Nr. 46, Streifen „Bar"), sondern auf der nächsten Seite auch die logische Zuordnung in Symbolschrift dazugezeichnet.



Schaltbild 46


Arosa
Bronx
California
Claridge
Martini
Orange Blossom
Queen Elisabeth
Side Car
Stinger
Tennis
Cointreau
Whisky
Pfefferminz-Likör
Wermut süss
Wermut dry
Orangensaft
Zitronensaft
2x
Gin
Cognac

6. Die Schlangenbändiger von der Polizei

Ein ganz typisches Beispiel für ein Steuerungsprinzip ist die Verkehrssignalsteuerung, mittels derer die Polizei auch die wildesten Autoschlangen zu bändigen vermag. Wir haben hier ein solches Steuerungsprogramm für eine Kreuzung. Und zwar keines, das wir dilettantisch ausgedacht hätten, sondern eins, das direkt vom Fachmann kommt. Professor Dipl.-Ing. Joachim Rost aus Esslingen-Wäldenbronn schrieb uns:

„Kaum hatte ich meinen LOGIKUS in Betrieb genommen, als mir auch schon ein praktisches Problem präsentiert wurde, das mit des LOGIKUS Hilfe leicht und schnell gelöst werden konnte:

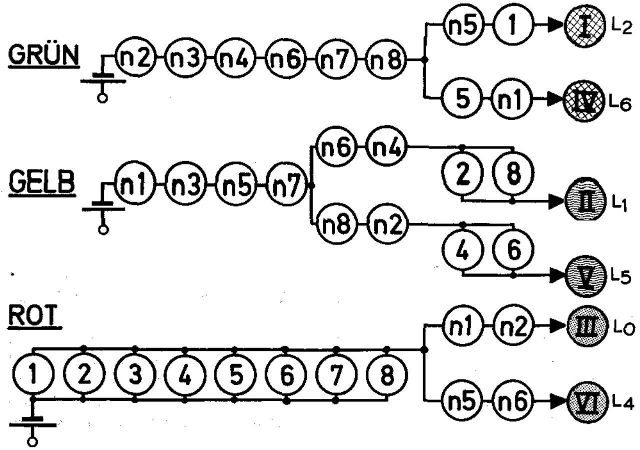
Das Problem der Phasenschaltung der Ampeln an einer lichtsignalgeregelten Straßenkreuzung. Es sind acht Phasen zu unterscheiden:

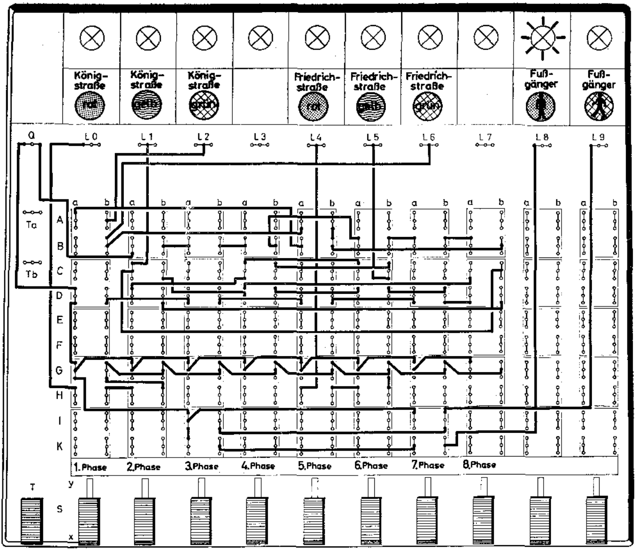
	Königstraße	Friedrichstraße	
Phase 1	grün	rot	Königstraße: Freie Fahrt Friedrichstraße: Halt
Phase 2	gelb	rot	Königstraße: Stopp Friedrichstraße: Halt
Phase 3	rot	rot	Frei für Fußgänger
Phase 4	rot	rot und gelb	Königstraße: Halt Friedrichstraße: Start frei
Phase 5	rot	grün	Königstraße: Halt Friedrichstraße: Freie Fahrt
Phase 6	rot	gelb	Königstraße: Halt Friedrichstraße: Stopp
Phase 7	rot	rot	Frei für Fußgänger
Phase 8	rot und gelb	rot	Königstraße: Start frei Friedrichstraße: Halt

Bei solchen Schaltungen ist darauf zu achten, daß im Interesse der Verkehrssicherheit Fehlschaltungen unter allen Umständen vermieden werden."

Damit Sie sehen, wie der Fachmann an die Lösung solcher Probleme herangeht, haben wir das Phasenschema und die logischen Schaltungen (wobei n die Negation bedeutet) aus den Unterlagen von Professor Rost abgezeichnet. (Die Schaltzeiten am Phasenschema — 15 Sekunden, 1,5 Sekunden usw. — haben für den LOGIKUS keine Bedeutung. Aber sie sind interessant, weil sie wirklich für diese Kreuzung festgelegt wurden. Man sieht: Ein ganzer Schaltumlauf beträgt 40 Sekunden.)

Phase		1	2	3	4	5	6	7	8
Königstraße	I	GRÜN							
	II		GELB						GELB
	III			ROT	ROT	ROT	ROT	ROT	ROT
Friedrichstraße	IV					GRÜN			
	V				GELB		GELB		
	VI	ROT	ROT	ROT	ROT			ROT	ROT
Zeit in Sekunden		15,0	1,5	2,0	1,5	15,0	1,5	2,0	1,5





Schaltbild 47

Schaltungen für Verkehrssignalsteuerungen sind uns von allen Seiten zugegangen ___ vielen Dank auch! Wir haben die Schaltung von Professor Rost auf Anregung anderer Einsender noch um die Fußgängerampeln ergänzt, die er nicht vorgesehen hatte.

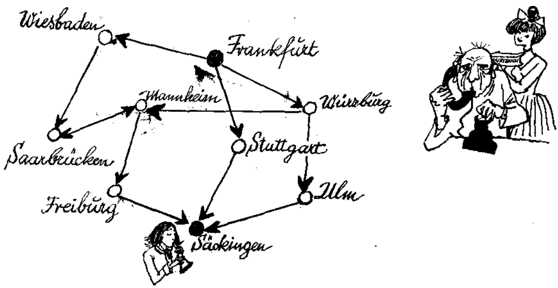
Es wird niemandem von Ihnen Schwierigkeiten machen, nach den logischen Schaltungen von Professor Rost ein Programm zu entwickeln. Wir haben es auch getan (Schaltbild 47, Streifen „Verkehr") und — wie schon gesagt — noch die Fußgängerampeln dazuprogrammiert. Bei unserer Schaltung muß man Schaltschieber für Schaltschieber nacheinander auf y Und dann zurück auf X Steilen. Es darf also nur immer ein Schieber auf y stehen. Werden zufällig zwei gleichzeitig auf y gestellt, so passiert nichts Schlimmes: Allenfalls stellen sich Ampeln auf rot, oder sie verlöschen alle miteinander. Das sind Sicherheitsvorkehrungen, wie sie auch in wirkliche Verkehrssignalanlagen einprogrammiert werden.

Solange kein Schaltschieber auf y gestellt wird, bleibt alles dunkel. Nur die Fußgängerampeln leuchten rot. Das entspricht der Schaltung, wie sie in verkehrsarmen Zeiten angewandt wird. Der Fußgänger kann sich durch Druck auf einen Knopf selbst einen Übergang schaffen. In unserem Fall schiebt er S_2 oder S_5 auf y. Dann bekommt er grün, und der Straßenverkehr ringsum wird durch Rotlicht gestoppt. Im rauhen Verkehrsalltag sorgt eine Zeitschaltung dafür, daß die Fußgängerampel nach einigen

Sekunden wieder rot zeigt und das Rotlicht für die Fahrzeuge erlischt. Beim LOGIKUS müssen wir die Schaltschieber selbst wieder zurückstellen.
Bitte lassen Sie uns ganz deutlich sagen, daß unser Programm, wie es auf Schaltbild 47 gezeigt wird, nur eine der zahlreichen Möglichkeiten darstellt, das logische Konzept einer Verkehrssignalanlage zu programmieren. Man kann beispielsweise auch eine Schaltung verdrahten, bei der nacheinander jeder Schaltschieber von x auf y gestellt und dann in einem zweiten Durchgang wieder von y auf x zurückgeholt wird. Für Ihre Phantasie gibt es kein Rotlicht, das Sie bremsen könnte.

7. Telefon nach Säckingen

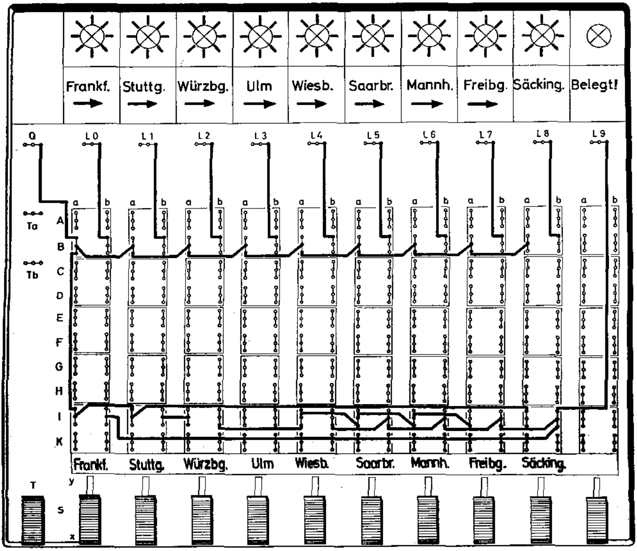
Die Bundespost bitten wir im voraus um Entschuldigung. Unser Telefonnetz entspricht durchaus nicht der Wirklichkeit. Aber unser Beispiel soll ja nur ein System beschreiben. Und damit bleibt es ziemlich dicht bei der Wahrheit.
Bitte sehen Sie sich diese schöne Karte an! Sie zeigt die (wie gesagt: von uns erfundenen) Fernverbindungsmöglichkeiten zwischen der großen Stadt Frankfurt **und der** kleinen Stadt Säckingen am Hochrhein:



Die beste und praktischste Möglichkeit wäre, von Frankfurt über das Amt Stuttgart nach Säckingen zu telefonieren. Aber das ist manchmal nicht möglich, weil die Leitungen verstopft oder die Ämter überlastet sind. Deshalb hat die erfinderische Bundespost Umwege einprogrammiert. Wenn Stuttgart überlastet ist, kann man auch über Würzburg und Ulm nach Säckingen telefonieren. Meldet Ulm ebenfalls „Belegt", so kann von Würzburg nach Mannheim und von dort über Freiburg nach Säckingen geschaltet werden. Und zu guter Letzt bleibt uns noch der Umweg über Wiesbaden.
Dieses System der wohlprogrammierten Umwege wird von unserer tüchtigen Post tatsächlich praktiziert, ohne daß der Fernsprechteilnehmer irgend etwas davon merkt. Früher mußte das „Fräulein vom Amt" den freien Schaltweg umständlich von Hand suchen. Heute besorgt das die Automatik. Sie sucht von selbst aus, wo Schaltmöglichkeiten bestehen, probiert zunächst die einfachsten Verbindungen und dann — nach einem klugen Plan — die nächsten Umwege. Von Frankfurt nach Säckingen ist — in unserem Beispiel — im besten Fall nur ein Zwischenamt nötig, nämlich Stuttgart. Wenn

der größte Umweg — Wiesbaden, Saarbrücken, Mannheim und Freiburg — geschaltet werden muß, spielen vier Zwischenstationen mit. Das ist natürlich umständlich und teuer. Deshalb ist die Automatik so eingerichtet, daß sie stets die Verbindung mit den wenigsten Zwischenstationen herausfindet.

Solch ein Programm — eine Ferngesprächssteuerung, die der Wirklichkeit recht nahe kommt — läßt sich auf dem LOGIKUS sehr eindrucksvoll zusammenschalten. Jeder Schaltschieber soll einem der Fernsprechämter entsprechen. Wenn beim Probieren der Möglichkeiten das eine oder andere Amt „Belegt" meldet, so wird der entsprechende Schieber von x auf y gestellt. Unsere Schaltung gibt dann sofort die nächstmögliche Verbindung an — oder sie sagt uns, daß im Augenblick kein Weg frei ist. Die Beschriftung der Streifen (Stichwort „Telefon") zeigt, wie das gedacht ist.

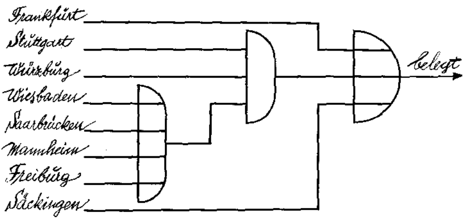


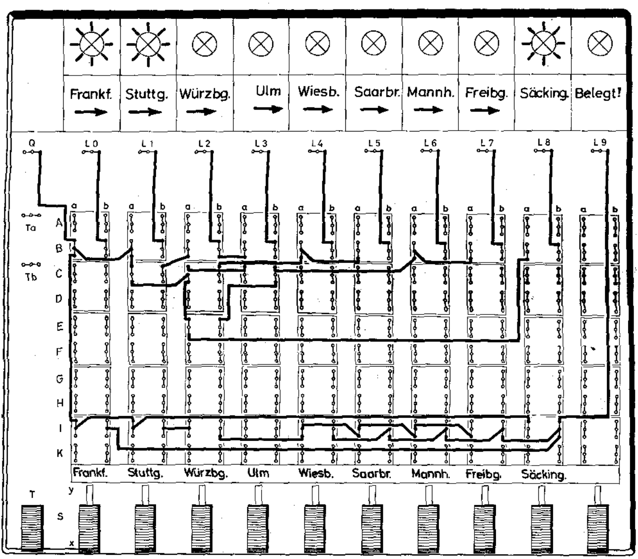
Schaltbild 48

Wenn Sie einverstanden sind, wollen wir diese nicht ganz unkomplizierte Schaltung Schritt für Schritt miteinander ausarbeiten. Schaltbild 48 zeigt den ersten Schritt dazu.

Hier hat jeder Schaltschieber elektrischen Kontakt mit der ihm zugeordneten Lampe. Weil die Lampe verlöschen soll, wenn der Schaltschieber von x nach y gestellt wird (also das entsprechende Fernamt belegt ist), müssen die Stromzuleitungen für die Lämpchen über die Kontakte der zweiten Reihe laufen, also über die Negationen.

Ganz unten auf dem Schaltbild 48 haben wir verdrahtet, wann L_9 „Belegt" zeigen soll. Nämlich dann, wenn entweder Frankfurt oder Säckingen belegt ist (dann kommt natürlich überhaupt kein Gespräch zustande) oder wenn alle Möglichkeiten, von Frankfurt nach Säckingen durchzukommen, verstopft sind. Dafür brauchen wir eine Reihe von Und-oder-Schaltungen, die insgesamt so aussieht:





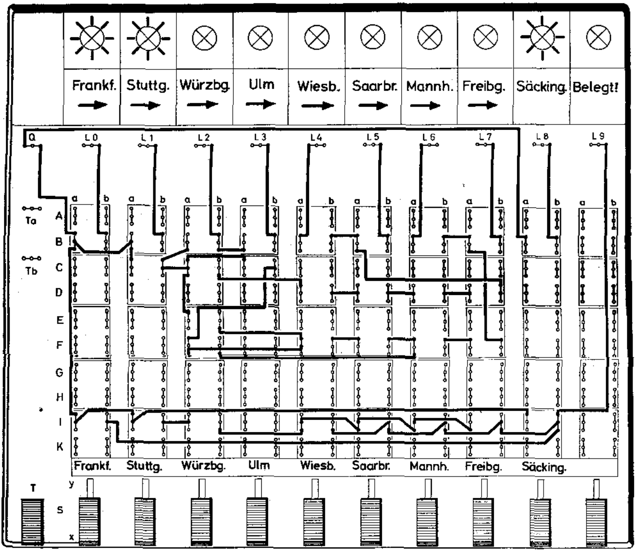
Schaltbild 49

Diese Schaltung für U, also für das „Belegt"-Zeichen, werden wir so lassen können. Aber vor das Aufleuchten der anderen Lampen müssen wir noch eine ganze Reihe von Bedingungen einprogrammieren. So soll zunächst außer „Frankfurt" und „Säckingen" nur „Stuttgart" aufleuchten, denn das ist die einfachste Telefonverbindung. Erst wenn Stuttgart belegt ist, also Si von x auf y gestellt wird, soll sich der zweite Weg einschalten: über Würzburg und Ulm. Wenn Ulm belegt ist, muß der Umweg Würzburg-Mannheim-Freiburg aufleuchten. Und so weiter. Man erreicht das, indem man das Aufleuchten einer Kette von Stationen immer von der vorhergehenden Stationenkette „steuern" läßt.

Natürlich können Sie die Verdrahtung für dieses Steuerprogramm selbst ausdenken. Aber wir haben sie der Einfachheit halber doch aufgezeichnet — auf Schaltbild 49.

8. Eine Nachrichtenkette bricht zusammen

Jetzt müssen wir nur noch eines machen: Wir müssen — aus Gründen der Logik und auch der besseren Überschaubarkeit wegen — erreichen, daß auf der Strecke Wiesbaden-Saarbrücken-Mannheim-Freiburg alle Lämpchen ausgehen, sobald eins dieser



Schaltbild 50

Fernsprechämter besetzt ist. Denn dann haben ja auch die anderen keinen Zweck mehr für uns; jede Nachrichten kette ist nur so tüchtig wie ihr schwächstes Glied — und fällt eins aus, so bricht die ganze Verbindung zusammen.

Die Schaltung, bei der jeder Schalter zwischen S_4 und S_7 sämtliche Lampen zwischen L_4 und L_7 beeinflußt, ohne daß die verschiedenen Stromkreise sich stören, haben wir in Schaltbild 50 hineingezeichnet. Gleichzeitig haben wir die Lämpchen für Wiesbaden, Saarbrücken, Mannheim und Freiburg so geschaltet, daß sie nur brennen können, wenn das Fernsprechamt Stuttgart ausgefallen ist.

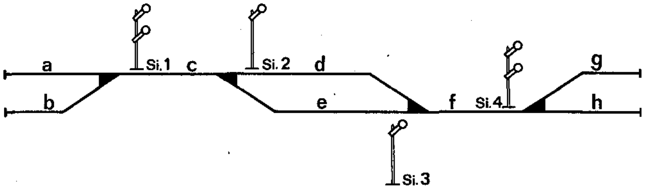
In der Praxis ist es nun so, daß die Maschine, der die Ferngesprächssteuerung obliegt, zuerst die Stationen des einfachsten Wegs und dann die Ämter der komplizierteren Wege abfragt, bis sie einen freien Draht für das Gespräch entdeckt hat. Genauso können wir es mit dem LOGIKUS auch machen. In der Grundstellung — wenn also alle Schaltschieber auf x stehen — ist die Verbindung von Frankfurt nach Säckingen über Stuttgart angezeigt. Ist Stuttgart belegt, so muß S_1 auf y gestellt werden. Der nächste Weg leuchtet auf. Ist dort ein Amt überlastet, so muß der betreffende Schalter gestellt werden, und der LOGIKUS zeigt nun den nächsten Weg. Und ergibt es sich, daß gar keine Verbindung möglich ist, so macht er es wie die automatische Gesprächsvermittlung auch: Er meldet „Belegt!".

9. Vier Züge fahren eingleisig

Genauso, wie sich auf einer Kreuzung der Verkehr steuern läßt, kann man natürlich auch eine Signalanlage für einen kleinen Eisenbahnbetrieb entwerfen. Das Problem tritt in der Praxis oft genug auf. Da sind zwei Kopfbahnhöfe und insgesamt vier Triebwagen (I, Ii, III und IV), die hin- und herfahren. Zwischen den beiden Bahnhöfen ist die Strecke nur eingleisig. Aber in der Mitte gibt es eine Ausweichstelle, an der zwei aus entgegengesetzter Richtung kommende Triebwagen aufeinander warten müssen.

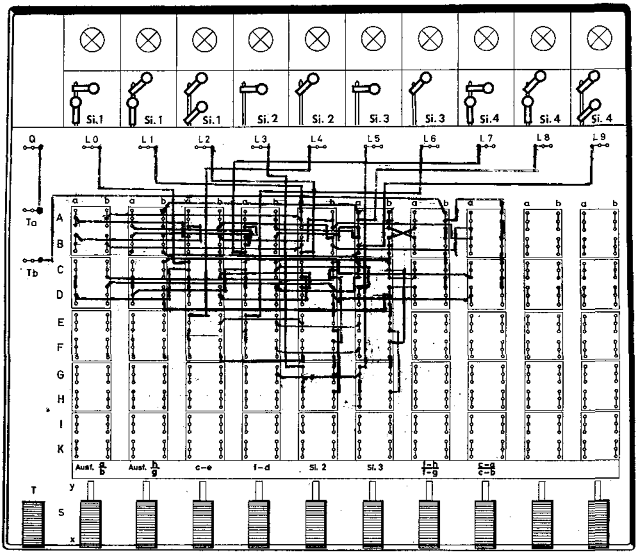
Immer, wenn ein Triebwagen in Gleis a des einen Bahnhofs einfährt, kann der Triebwagen, der auf Gleis b gewartet hat, ausfahren. Genauso ist es im anderen Bahnhof mit den Gleisen g und h. Aus jedem Bahnhof fährt etwa zur gleichen Zeit ein Triebwagen ab, und in der Mitte an der Ausweichstelle warten sie aufeinander. Denn natürlich dürfen die Wagen sich auf der eingleisigen Strecke nicht begegnen; das wäre fatal.

Wie das Gleissystem mit den Weichen und Signalen aussieht, zeigt Ihnen diese schöne Zeichnung hier:



Wie muß man die Signale an dieser Strecke steuern, damit der Zugverkehr reibungslos läuft? (Für Anfänger in der Kunst des Eisenbahnspielens wäre noch zu sagen, daß Signale mit zwei Flügeln besondere Bedeutung haben. Ist nur ein Flügel sichtbar, so gilt er, wenn er in Haltestellung ist, für beide Gleise des betreffenden Bahnhofs. Ist ein Flügel in Stellung „freie Fahrt", so bedeutet das, daß in das gerade laufende Gleis eingefahren wird. Sind aber beide Flügel auf „freie Fahrt" gestellt, so fährt der Zug über die Weiche in das danebenliegende Parallel-Gleis. Unsere Signale — Si1 und Si4 — sind allerdings nicht nur für die Ein-, sondern der Bequemlichkeit halber auch für die Ausfahrt zuständig.)

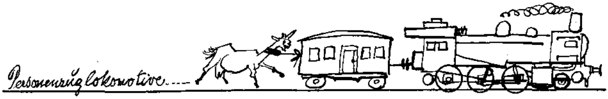
Mit diesem Eisenbahnspiel möchten wir Sie nun ganz gerne alleine lassen — als Programmierübung für ein verregnetes Wochenende. Es gibt eine ganze Reihe von Möglichkeiten, diese Eisenbahnanlage vernünftig zu schalten. Eine davon wäre zum Beispiel, die Schalter von 0 bis 7 so zu bedienen, wie es auf unserem Schaltschieber-Streifen schon vermerkt ist (Streifen „Eisenbahn") und auch auf Schaltbild 51, das ansonsten freilich leer ist, damit Sie selbst die Programmierung einzeichnen können.

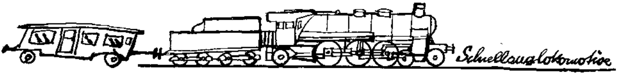


Schaltbild 51

Wenn Sie die Vorschläge des Schaltschieber-Streifens akzeptieren, könnten Sie nach folgendem Ablaufschema vorgehen:

0. Alle Signale stehen auf Halt. Zug I,II,III und IV stehen auf Gleis a, b, g und h.
1. Signal 1 auf Fahrt (ein Flügel). Zug I fährt auf Gleis a ab.
2. Signal 4 auf Fahrt (ein Flügel). Zug IV fährt auf Gleis h ab.
3. Zug I hat c-e durchfahren. Signal 1 auf Halt. Signal 2 kann jetzt auf Fahrt gestellt werden.
4. Zug IV hat f-d durchfahren. Signal 4 auf Halt. Signal 3 kann jetzt auf Fahrt gestellt werden.
5. Signal 2 auf Fahrt, Signal 1 auf Einfahrt stellen (ein Flügel).
6. Signal 3 auf Fahrt, Signa! 4 auf Einfahrt stellen (ein Flügel).
7. Zug I hat f-h durchfahren. Signal 3 und 4 auf Halt.
8. Zug IV hat c-a durchfahren. Signal 2 und 1 auf Halt.





0. Alle Signale stehen auf Halt, alle Züge in den Bahnhöfen.
9. Signal 1 auf Ausfahrt.vom Nebengleis (zwei Flügel). Zug II fährt auf Gleis b ab.
10. Signal 4 auf Ausfahrt vom Nebengleis (zwei Flügel). Zug III fährt auf Gleis g ab.
11. Zug II hat c-e durchfahren. Signal 1 auf Halt. Signal 2 kann jetzt auf Fahrt gestellt werden.
12. Zug III hat f-d durchfahren. Signal 4 auf Halt. Signal 3 kann jetzt auf Fahrt gestellt werden.
13. Signal 2 auf Fahrt, Signal 1 auf Einfahrt ins Nebengleis (zwei Flügel).
14. Signal 3 auf Fahrt, Signal 4 auf Einfahrt ins Nebengleis (zwei Flügel).
15. Zug II hat f-g durchfahren. Signal 3 und 4 auf Halt.
16. Zug III hat c-b durchfahren. Signal 2 und 1 auf Halt.
0. Alle Signale stehen auf Halt, alle Züge In den Bahnhöfen.
17. Signal 1 auf Fahrt (ein Flügel). Zug IV fährt auf Gleis a ab.

... und so weiter.

Schaltungstechnisch kann man das Problem so lösen, daß man zunächst der Reihe nach die ganzen Schalter von So bis S7 von x auf y stellt. Bis dahin haben die Züge I und IV den Bahnhof gewechselt. Dann sind die Züge II und III an der Reihe, und das bewerkstelligt man dann so, daß man die Schaltschieber der Reihe nach wieder auf x zurückstellt. (Daß — wie bei Nummer 17 in unserer Liste — nun nicht, wie zu Anfang, Zug I auf Gleis a abfährt, sondern Zug IV, interessiert uns gar nicht weiter. Für die Signalstellung ist das ja gleichgültig.)

Wir kommen also mit den Schaltmöglichkeiten des LOGIKUS aus. Schließlich stehen auch noch S_8 und S_9 als Reserve zur Verfügung. Aber es gibt in jedem Fall ein tüchtiges Drahtgewirr, bis die Schaltung stimmt.

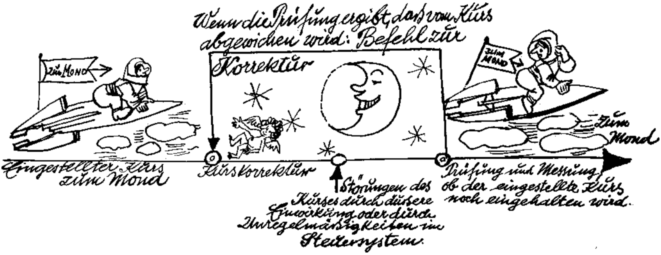
Andererseits können Sie, wenn Sie das Signalsystem richtig programmiert haben, sehr stolz sein. Denn dieses Programm könnte die Bundesbahn als Zugsicherungs-System ohne weiteres übernehmen — zumindest aber ließe es sich auf die Spielzeugeisenbahn der Familie übertragen.

Zwischenbemerkung

Für die meisten Menschen ist „Steuern" und „Regeln" justament das gleiche. Auch für manche Wissenschaftler. Wir haben uns hier aber entschieden, einen grundsätzlichen Unterschied zwischen beiden zu machen. (Dabei befinden wir uns in guter wissenschaftlicher Gesellschaft.) Steuern — das ist in unseren Augen ein Prozeß, bei dem von vornherein festgelegt wird, was passieren soll. Der Ablauf wird von außen diktiert. Regeln ist etwas anderes. Und wie bei allen wesentlichen Stationen im Lauf des menschlichen Lebens gibt es auch für den Begriff der Regelung eine Definition des deutschen Normenausschusses (DIN). Die heißt folgendermaßen:

„Die Regelung ist ein Vorgang, bei dem der vorgegebene Wert einer Größe fortlaufend durch Eingriff aufgrund von Messungen dieser Größe hergestellt und aufrecht erhalten wird."

Deutlicher gesagt: Bei den Vorgängen, die geregelt werden sollen, setzt man nur fest wohin die Regelung führen soll. Während dieses Ziel angesteuert wird, betrachtet man ständig, ob der Kurs noch stimmt. Abweichungen werden gemessen und korrigiert. Das System, in dem sich diese Regelung vollzieht, heißt „Regelkreis". Hier ist so einer:

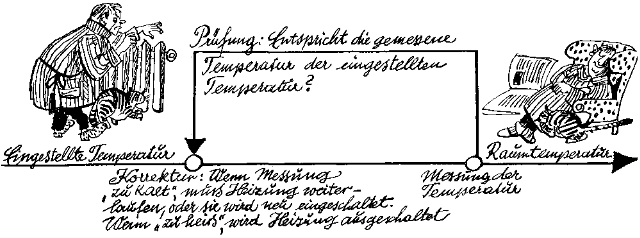


Er zeigt den Regelungsvorgang bei einer Rakete, die man zum Mond schießt.

Wenn das Objekt, in diesem Fall die Rakete, die Regelung ganz alleine übernehmen kann (sie muß dazu ständig selbst den Mond anpeilen und ihren eigenen Kurs korrigieren, wenn ihr der Mond aus dem Visier gerät) — dann spricht man von „Selbstregelung". Und das ist natürlich etwas ganz besonders Feines.

Sechstes Kapitel: Das Regeln

Jeder von uns kommt ständig mit Regelkreisen in Berührung, ohne daß er sich darüber Rechenschaft ablegt. Am meisten verbreitet sind Regelkreise für Temperaturen. Da ist zum Beispiel die Zentralheizung, die im Wohnzimmer einen kleinen Thermostaten hängen hat. Wenn die Zimmertemperatur über einen bestimmten Wärmegrad ansteigt, schaltet der Thermostat die Heizung aus. Sinkt die Temperatur im Raum, so schaltet sich der Thermostat wieder ein, und die Heizung springt erneut an. Das ist nichts anderes als ein Regelkreis, und sogar ein selbstregelnder — er arbeitet ohne jedes fremde Zutun. Schematisch gezeichnet, sieht er so aus:

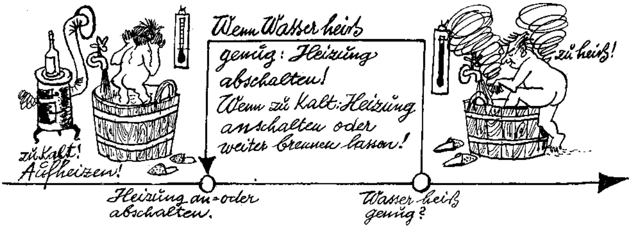


Auch wir werden uns in diesem Kapitel hauptsächlich mit Temperaturregelungen beschäftigen, weil sie uns am geläufigsten sind. Und dann werden wir später zu unserem großen Erstaunen merken, daß die gleichen Regelkreise, mit denen man Temperaturen in ihren Grenzen hält, für viele andere Systeme gelten, die scheinbar ganz anderen Gesetzen folgen.

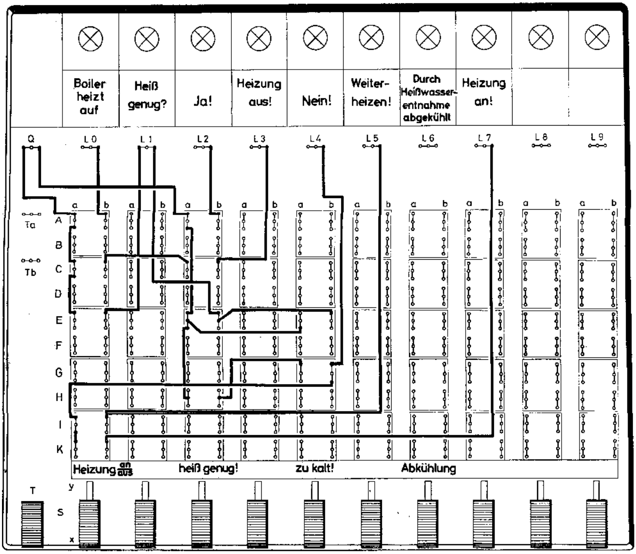
1. Für Leute, die gern warm baden

Sehr wahrscheinlich kennen auch Sie einen elektrischen Badezimmerboiler. Man stellt ihn auf eine bestimmte Temperatur ein, und auf diese Temperatur erwärmt er das Wasser. Dann schaltet er aus. Läßt man das Wasser längere Zeit im Boiler, kühlt es ab. Sobald er das merkt, schaltet er seine Heizung wieder ein, um erneut die richtige Temperatur herzustellen. Wenn Sie durch den Hahn heißes Wasser entnehmen, strömt automatisch kaltes nach, das wieder aufgeheizt werden muß. Auch das bringt unseren Boiler natürlich in Glut — so lange, bis das Wasser wieder die richtige Temperatur hat. Dann wird die Heizung automatisch abgeschaltet.

Schon das Aufheizen des Boilers ist ein perfekter Regelkreis. Er sieht schematisiert so aus wie auf der nächsten Seite oben:

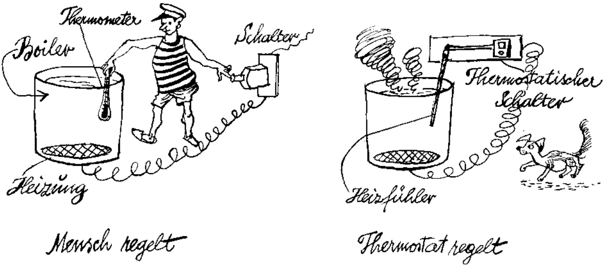


Damit dieser Regelkreis funktioniert, kann man einen Boilerwart persönlich an den Kessel setzen. Der mißt mit einem Thermometer die Wassertemperatur und schaltet die Heizung ein oder aus.



Schaltbild 52 (L_6 wird im Schaltbild 53 angeschlossen.)

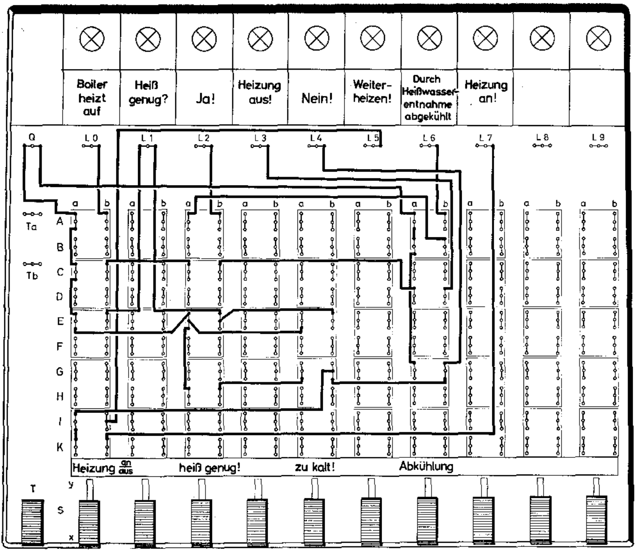
Man kann sich aber auch vorstellen, daß die ganze Regel-Arbeit von einem Automaten, einer kleinen thermostatischen Einrichtung, besorgt wird — wie es in der Praxis meist der Fall ist. (Es handelt sich dann — das kennen wir nun schon — um ein .selbst-regelndes System".) Der Thermostat, der automatisch die Temperatur mißt und danach die Heizung reguliert, arbeitet ganz genau so, wie ein Mensch das tun würde:



Wenn man den Regelkreis für das Aufheizen auf dem Logikus nachbilden will, so kann man verfahren wie auf Schaltbild 52 (Streifen „Boiler"). Die Schaltung bringt keinerlei Komplikationen für Sie; wir brauchen deshalb wohl nichts weiter dazu zu sagen. Man beginnt den Regelvorgang, indem man die Heizung anstellt (So auf y), je nach Wassertemperatur S_2 oder S_4 bedient („Heiß genug!" — „Zu kalt!") und sich im übrigen an die Anweisungen der Regelautomatik hält, die der LOGIKUS über seine Lampenfelder gibt.

2. Kaltes Wasser kommt dazu

Bis jetzt haben wir nur den Aufheizvorgang im Boiler untersucht. Nun passiert es aber, daß das Wasser im Boiler sich abkühlt — sei es, weil das Badezimmer sehr kalt ist, sei es, weil man heißes Wasser entnimmt und kaltes Wasser nachläuft. Der Regelkreis wird nun ein bißchen komplizierter, weil jetzt eine Störung hinzukommt-, die Abkühlung des Boilerinhalts.

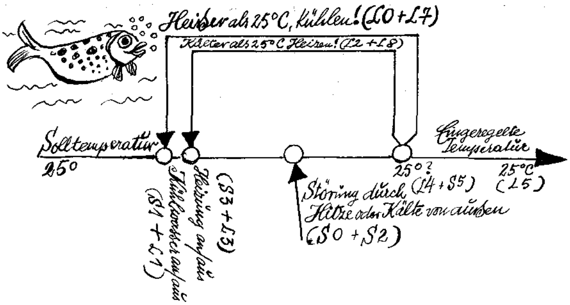


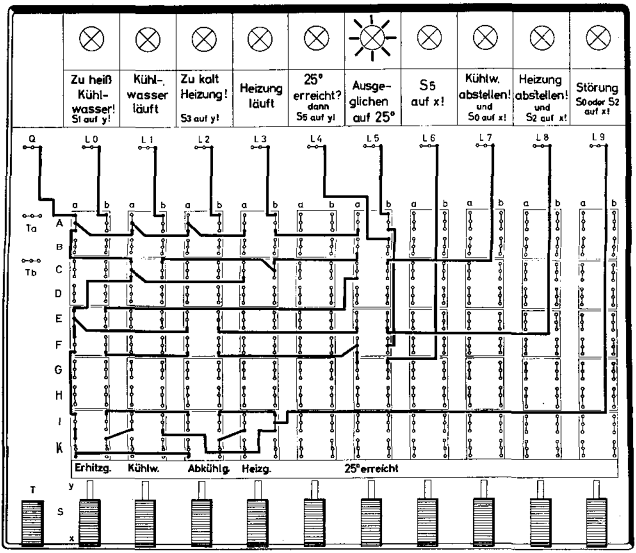
Schaltbild 53

Auch dieser kleine, aber sehr wichtige Zusatz läßt sich natürlich auf dem LOGIKUS darstellen. Sie sehen es auf Schaltbild 53. (Wir haben dabei allerdings nur die Abkühlung durch Heißwasserentnahme berücksichtigt; bei jeder anderen Abkühlung ist der Regelvorgang genauso.) Natürlich darf man, nachdem die Abkühlung durch erneutes Aufheizen überwunden ist, nicht vergessen, S_6 wieder auf x zu stellen. Wenn man nun noch ein Thermometer an den LOGIKUS anschließen und von ihm den Heizschalter steuern lassen könnte, so könnte dieses Regelprogramm Ihr Badewasser immer auf der richtigen Temperatur halten.

3. Die Fische wollen's weder heiß noch kalt

Unser nächstes Problem ist ein Fischbecken. Die sehr empfindlichen Flossenträger wollen eine Temperatur von ziemlich genau 25 Grad haben. Kühlt das Wasser ab, so muß sorgfältig nachgeheizt werden. Erwärmt es sich zu sehr, etwa weil die Sonne hereinscheint, so muß Kühlwasser durch das Becken geleitet werden. In der Praxis löst man das so, daß ein temperaturempfindliches Gerät sofort reagiert, wenn die 25 Grad über- oder unterschritten werden. Automatisch werden dann die Heizung oder das Kühlwasser in Gang gesetzt. Den dazugehörigen Regelkreis sehen Sie rechts oben.



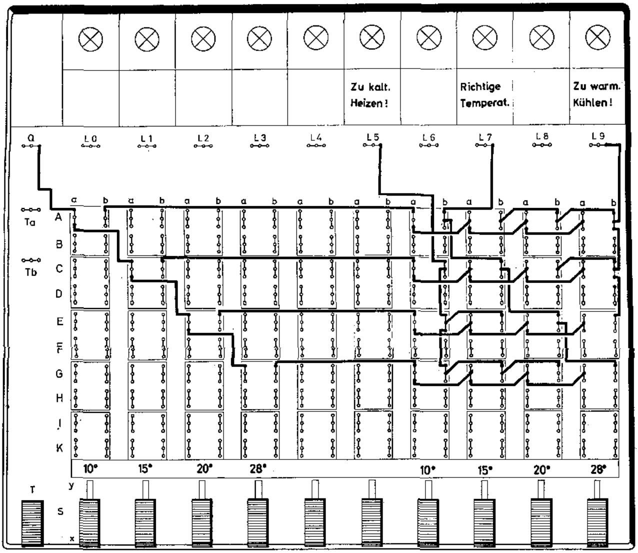


Schaltbild 54

Auf dem LOGIKUS können wir dieses interessante Regelmodell programmieren (Schaltbild 54, Streifen „Aquarium"). Schon in das Schemabild des Regelkreises haben wir eingezeichnet, wo man sich die einzelnen Schaltschieber und Lämpchen denken muß. Die Temperaturfühler sitzen hier auf S_0 und S_2 und müssen auf zu heißes und zu kaltes Wasser reagieren. Je nachdem muß dann das Kühlwasser oder die Heizung eingeschaltet werden, bis die 25 Grad wieder erreicht sind. In unserem Schaltbild 54 haben wir (links unten) noch ein kleines Zusatzprogramm angebracht, das mit der Regelung selbst nichts zu tun hat. Es zeigt „Störung" an, wenn „zu heiß" und „zu kalt" gleichzeitig leuchten (was ja nun wirklich nicht sein kann) oder wenn das Kühlwasser beziehungsweise die Heizung eingeschaltet werden, ohne daß der Temperaturfühler „zu heiß" oder „zu kalt" meldet. Diese kleine technische Sicherung gibt es bei vielen Steuersystemen. Sie ist dann meist mit einer Warnlampe oder einer Glocke gekoppelt, damit der Überwacher eingreifen kann, bevor Schlimmes passiert.

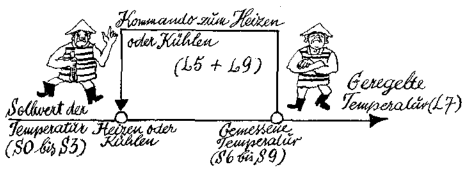
4. Wie hätten Sie's denn gern?

Unser nächstes Regelsystem ist einfach. Aber es hat einen großen Vorteil: Man kann ganz nach Wunsch den Wert wählen, auf den der Regelkreis ansprechen soll. Unser System erlaubt, an den Schaltschiebern So bis S3 vier Temperaturwerte einzustellen: 10, 15,20 und 28 Grad. Dieser Wert soll dann jeweils eingeregelt werden.



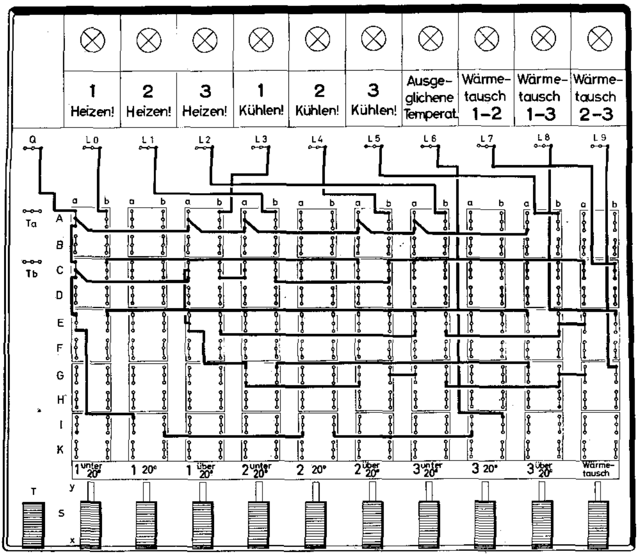
Schaltbild 55

Schaltschieber S_6 bis S_9 dienen uns gewissermaßen als Temperaturfühler. Hier stellen wir ein, welche Temperatur wirklich erreicht (also gemessen) worden ist. Dann sagt uns der LOGIKUS sofort, ob wir stärker heizen oder kühlen müssen oder ob die Temperatur gerade richtig ist:



Das dazugehörige Schaltbild trägt die Nummer 55; die dazugehörigen Streifen haben das Stichwort „Raumtemperatur".

5. Drei wohltemperierte Räume



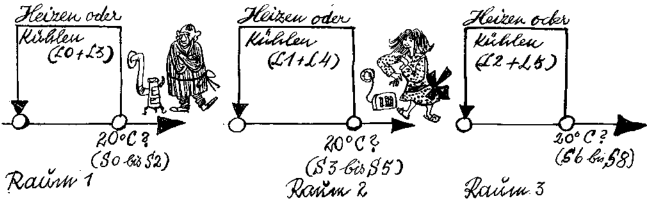
Schaltbild 56

Die Temperaturregelung, die wir eben durchexerziert haben, erweitern wir nun auf drei Räume. Wenn Sie das Schaltbild 56 ansehen (Streifen „Dreimal heizen"), dann sehen Sie schon, was wir im Sinn haben. Es handelt sich um die Zimmer 1, 2 und 3. An den Schaltschiebern S_0 bis S_8 stellen wir ein, welche Temperatur (unter 20 Grad, 20 Grad oder mehr als 20 Grad) dort gerade in Wirklichkeit herrscht. Die Idealtemperatur der drei Räume beträgt 20 Grad.

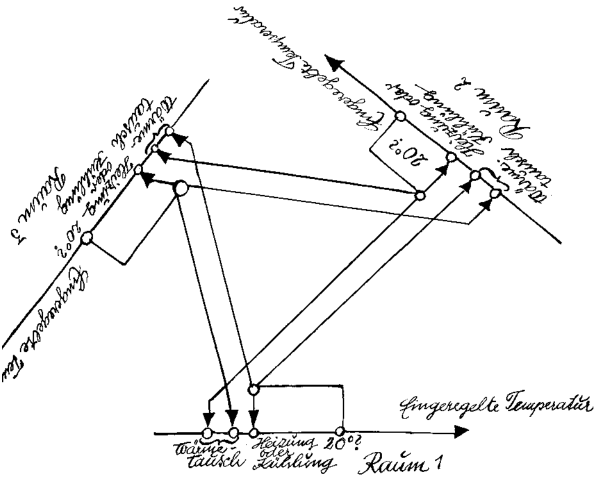
Nun sind Idealzustände selten. Deshalb werden in den einzelnen Räumen in der Regel abweichende Temperaturen gemessen — unter 20 Grad und auch darüber. Wenn wir diese Temperaturen messen und entsprechend an den Schaltschiebern einstellen, so sagen uns die Lichtsignale auf Anhieb, in welchen Räumen wir heizen und in welchen wir kühlen müssen. Nähern sich daraufhin die Temperaturverhältnisse der Idealtemperatur, so verlöschen die Hinweise auf „Heizen" oder „Kühlen". Und sobald alle drei Räume auf 20 Grad eingeregelt sind, erscheint das Lichtzeichen „ausgeglichene Temperatur".

Raffiniert wird es allerdings erst, wenn wir S_9 einschalten. In der modernen Heiztechnik gibt es eine ideale Lösung, um Energie zu sparen: der Wärmeaustausch. Man führt aus überheizten Räumen Wärme in zu kalte Zimmer ab — und umgekehrt. Genau dies ereignet sich, wenn wir S_9 ins Spiel bringen. Dann zeigt uns L_7 bis L_9 an, zwischen welchen Räumen ein Wärmetausch angebracht ist.

Dieses feine Spiel hat mehrere Regelkreise, die eng miteinander verflochten sind. Da hätten wir zunächst die drei Regelkreise für die Räume 1, 2 und 3:



Beim Wärmetausch kommen aber zusätzliche Regelungswege hinzu, denn jetzt kann jeder Regelkreis auch die zwei anderen mit beeinflussen. Und das komplette Regelungssystem sieht dann — ein wenig verwirrend, aber eindrucksvoll — so aus wie auf der nächsten Seite.


Eingeregelte Temperatur
Wärme-tausch
Heizung oder Kühlung
20°?
Raum 1

Zwischenbemerkung

Vielleicht sollten wir uns einmal ganz kurz über das „Programmieren" unterhalten. Was bedeutet es, allgemein gesprochen?

„Eine Folge von Abläufen festlegen", sagt das kluge Lexikon. Auf den Computer bezogen: Ihm Schritt für Schritt sagen, was er eigentlich tun soll. Dabei muß man sich aber einer Sprache bedienen, die solch ein Computer versteht.

Weil das übersetzen von Zuordnungsprozessen oder gar von mathematischen Gleichungen in die Schaltungen eines Elektronenrechners ein radikales Umdenken verlangt, wurde der Beruf des „Programmierers" erfunden. Seine Aufgabe war es anfänglich, dem Elektronenrechner seine Aufgabe so beizubringen, wie wir es auch beim LOGIKUS tun: Durch Drahtziehen auf großen Stecktafeln.

Später wurde das dann einfacher, indem man den Rechner diese Steckerei gewissermaßen selbst besorgen ließ. Statt der Steckkontakte baute man elektrische Schalter ein, die den Computer nun auf bestimmte Befehle hin Stromwege öffnen oder schließen lassen. Diese Befehle zu geben, war jetzt die Aufgabe der Programmierer. Dazu mußten sie sich in den „Maschinensprachen", also in dem Kauderwelsch aus Ziffern und Zeichen, auf die der Computer reagierte, genau auskennen.

Heute ist das wieder anders: Die modernsten Computer sind inzwischen imstande, Befehle, die in einigermaßen verständlicher Sprache formuliert werden, selbst in diese Ziffern und Zeichen zu übersetzen, die in ihrem Inneren dann die Schaltvorgänge bewirken. Aber das ist schon die Oberstufe der Computertechnik. Und es ist keineswegs so, daß bei den großen Computertypen das Steckbrett, auf das unser LOGIKUS zwangsläufig beschränkt ist, ganz ausgestorben wäre. Man findet es nach wie vor bei vielen Geräten.

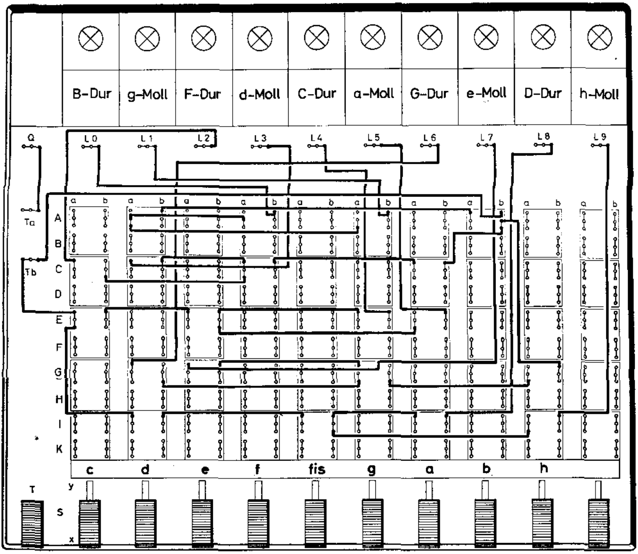
Vom „Programmieren" ist es nur ein Schritt zum „programmierten Unterricht", der sich aus genau festgelegten Einzelschritten zusammensetzt, deren erfolgreiche Bewältigung vom Schüler selbst kontrolliert wird. Dazu benutzt man heute schon sehr häufig Lehrmaschinen. Auch der LOGIKUS ist als Lehrmaschine nicht ungeschickt.

Siebentes Kapitel: Lehrmaschinen

Die interessantesten Hinweise auf den Einsatz des LOGIKUS als Lehrmaschine kamen aus dem großen Kreis der LOGIKUS-Freunde — ganz offenbar aus der Praxis. Drei dieser Vorschläge, die in drei ganz verschiedene Richtungen zielen und allesamt interessante Wege weisen, veröffentlichen wir hier.

1. Wir machen Musik

Das ist eine Programmierschaltung, bei der man Harmonielehre lernen kann. An den einzelnen Schiebern stellt man die Töne eines Dreiklangs ein, und die Lampe zeigt, welcher Dreiklang auf diese Weise zustande kommt. Da die Stromzuführung über den Taster geleitet wurde, kann man sich nach dem Einstellen der Schaltschieber den Dreiklang zunächst selbst ausdenken und dann die Schieber einstellen. Ein Druck auf die Taste zeigt, ob man den richtigen Akkord gefunden hat (Streifen „Musik").



Schaltbild 57*

' Nach LOGIKUS-Programmierer Wolfgang Massow in Hamburg

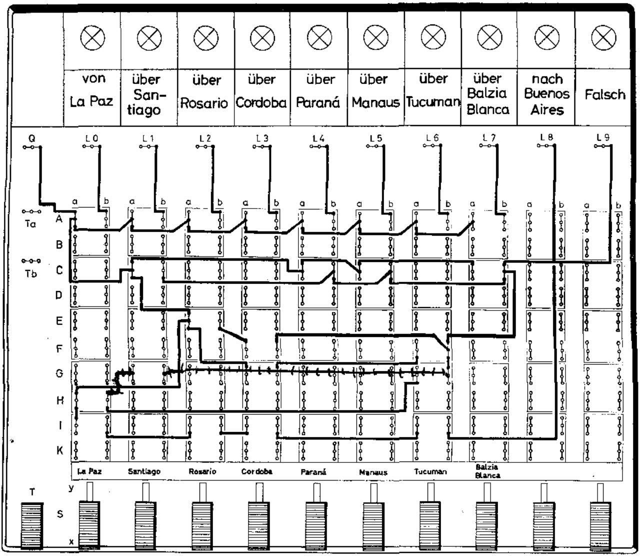
Für Nichtmusiker (die dieses System natürlich auch für Kombinationen ihres Fachgebiets umprogrammieren können) hier die Skala der Akkorde:

D-Dur:	d — fis — a	h-Moll:	h — d — fis
G-Dur:	g — h — d	e-Moll:	e — g — h
C-Dur:	c — e — g	a-Moll:	a — c — e
F-Dur:	f — a — c	d-Moll:	d — f — a
B-Dur:	b — d — f	g-Moll:	g — b — d

2. Von La Paz nach Buenos Aires

Bei diesem Lehrprogramm geht es darum, eine Schrittfolge richtig auf den Schaltschiebern einzustellen. Ein falscher Schritt wird sofort angezeigt. Zweckmäßigerweise wurde hier rein geographisch ein Weg gewählt, nämlich die Autoverbindung zwischen La Paz in Bolivien und Buenos Aires in Argentinien. Die Frage ist: über welche Städte kommt man am schnellsten ans Ziel?

Man legt Transparent- und Schaltschieberstreifen „Weg" ein und programmiert nach Schaltbild 58. Wenn man jetzt So auf y schiebt, leuchtet „La Paz" auf. Nun sucht



Schaltbild 58*

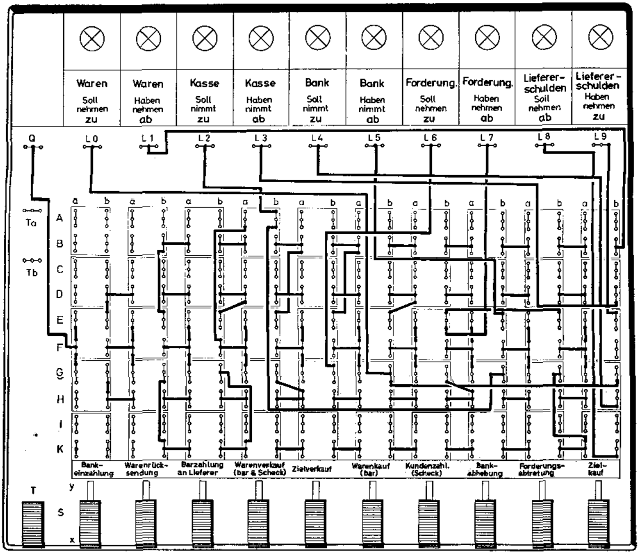
* Nach LOGIKUS-Programmierer Thomas Schmitz in Düsseldorf.

man die erste Stadt auf dem Weg nach Buenos Aires, indem man den einen oder anderen Schalter probiert. Leuchtet mit der Stadt das Zeichen „falsch" auf, so kommt die Stadt entweder überhaupt nicht in Frage oder wir erreichen sie erst später.

Wenn die erste Stadt gefunden ist, läßt man den dazugehörigen Schalter auf y stehen und sucht weiter. So geht es fort, bis alle Städte gefunden sind (La Paz — Tucuman — Cordoba — Rosario — Buenos Aires). Wenn die letzte richtige Stadt eingestellt wurde, leuchtet auch „Buenos Aires" auf. Damit ist die Aufgabe gelöst.

3. Geschäftsleute unter sich

Hier haben wir ein Programm, das aus dem LOGIKUS einen perfekten Buchungsautomaten macht. Zwar verbucht er nicht Beträge in verschiedener Hohe, sondern zeigt nur die Geschäftsvorgänge auf. Aber genau das ist es, was ein Neuling in der doppelten Buchführung (von der schon Goethe glaubwürdig berichtete, sie sei eine der genialsten Erfindungen der Menschheit) nur sehr schwer begreift. Der LOGIKUS beherrscht die zehn häufigsten Geschäftsvorfälle und weist genau nach, auf welche



Schaltbild 59*

* Von LOGIKUS-Programmierer Dipl.-Hdl. Oberstudienrat Walter Schnabel in Eberbach.

Konten sie sich auswirken. Transparent- und Schaltschieberstreifen haben das Stichwort „Buchhaltung", die Programmierung finden Sie auf Schaltbild 59. Auf dem Schaltschieberstreifen konnte nur ein abgekürztes Stichwort gedruckt werden; der Platz ist ja beschränkt. Deshalb ist hier die Liste der Geschäftsvorfälle, wie sie den einzelnen Schaltschieberstreifen zugeteilt sind, ausgeschrieben:

S_0: Wir bringen Geld zur Bank (Bankeinzahlung)

S_1: Wir senden Waren an den Lieferanten zurück (Warenrücksendung)

S_2: Wir bezahlen den Lieferanten bar (Barzahlung)

S_3: Wir verkaufen Waren gegen bar und Bankscheck (Warenverkauf bar oder Scheck)

S_4: Wir verkaufen Waren auf Kredit (Zielverkauf)

S_5: Wir kaufen Waren gegen bar (Warenkauf bar)

S_6: Ein Kunde zahlt mit Verrechnungsscheck (Kundenzahlung Scheck)

S_7: Wir holen Geld von der Bank (Bankabhebung)

S_8: Wir treten eine Forderung an einen Lieferanten ab (Forderungsabtretung)

S_9: Wir kaufen Waren auf Kredit (Zielkauf)

Zwischenbemerkung

Das achte Kapitel unseres Anleitungsbuches ist einer höchst modernen Wissenschaft gewidmet: der Kybernetik. Das Dumme ist, daß die allerwenigsten Menschen eine Ahnung davon haben, was Kybernetik eigentlich ist. Auch wir können Ihnen in wenigen Zeilen nicht genau sagen, was es mit der Kybernetik auf sich hat. Wenn Sie Näheres wissen wollen, empfehlen wir Ihnen, sich das Buch „Keiner weiß, was Kybernetik ist" zu kaufen, das im KOSMOS-Verlag erschienen ist. Der Titel sagt Ihnen schon, daß es sich um ein umstrittenes Gebiet handelt.

Lassen Sie uns nur soviel sagen, wie Sie zum Verständnis des nächsten Kapitels wissen müssen:

Bei der Kybernetik geht es vorwiegend um sogenannte „Strukturen". Das heißt: um die inneren Baupläne von Maschinen oder Menschen, von Tieren oder Volkswirtschaften oder Kragenknopffabriken. Die Kybernetik untersucht das Verhalten der Menschen untereinander (soziologische Strukturen), den Ablauf von Handel und Wandel (Marktstrukturen), menschliches und tierisches Verhalten (biologische Strukturen) und das Verhalten von Maschinen (technische Strukturen).

Diese Strukturen werden verglichen; man schaut nach, was ähnlich oder gleich ist. Zu diesem Zweck macht die Kybernetik gern Modelle. Sie erfindet zum Beispiel künstliche Tiere, die in Wirklichkeit kleine Maschinchen sind, sich aber in bestimmten Situationen wie Lebewesen benehmen, also das Verhalten der Tiere „simulieren". Die Kybernetik entwirft auch gezeichnete Pläne, auf denen man genau verfolgen kann, wie sich Menschen unter bestimmten Umständen zueinander verhalten werden. Sie bedient sich, um komplizierte Strukturen darzustellen und zu studieren, vor allem der großen Elektronenrechner, die wegen ihrer vielfältigen Möglichkeiten als kybernetische Idealmodelle gelten: Man kann mit ihnen komplette Industrieunternehmen, das Verhalten ganzer Bevölkerungsgruppen und, wenn man will, sogar die Schlacht bei Waterloo simulieren.

Der LOGIKUS ist zwar kein großer Elektronenrechner, aber auch er ist — hält man sich seine relativ bescheidenen Ausmaße vor Augen — eine Art kybernetisches Idealmodell.

Achtes Kapitel: Kybernetik

Im vorangegangenen Kapitel haben wir mit Regelkreisen experimentiert. Alle diese Regelkreise beschäftigen sich mit Temperaturen, mit dem Wechsel von heiß und kalt. Wenn es Ihnen dabei langweilig geworden ist, so bitten wir herzlich um Entschuldigung. Sie werden gleich merken, daß es nicht unbedingt bei den Temperaturen bleiben muß.

I. Blut im Fischbecken

Schaltbild 54 hatte uns gezeigt, wie die Wassertemperatur in einem Fischbecken ganz korrekt auf 25 Grad gehalten werden kann. Genau das gleiche Problem besteht bei jedem Menschen: Der menschliche Körper muß danach trachten, seine Temperatur exakt auf 37 Grad zu halten. Das macht er nicht so sehr viel anders, als wir es bei unserem Fischbecken angestellt haben. Wenn es zu kalt wird, sorgt der Körper durch verstärkte Verbrennung von Nahrung dafür, daß die 37 Grad gehalten werden. Und bei großer Hitze produziert er Schweiß, der verdunstet und damit die Körpertemperatur herabsetzt. Wir könnten uns zwej neue Streifen für das Schaltbild 54 machen, die sich ausschließlich auf das Konstanthalten der Körpertemperatur beziehen, und wir müßten nichts an der Schaltung ändern:

	Fischbecken	Körpertemperatur
L_0	Zu heiß. Kühlwasser!	Zu heiß. Schwitzen!
L_1	Kühlwasser läuft	Schweißausbruch
L_2	Zu kalt. Heizung!	Zu kalt. Erhöhte Verbrennung!
L_3	Heizung läuft	Erhöhte Verbrennung
L_4	25 Grad erreicht?	37 Grad erreicht?
L_5	Ausgeglichen auf 25 Grad	Ausgeglichen auf 37 Grad
L_6	S_5 auf x stellen!	S_5 auf x stellen!
L_7	Kühlwasser abstellen!	Schwitzen einstellen!
	S_0 auf x stellen!	S_0 auf x stellen!
L_8	Heizung abstellen!	Höhere Verbrennung einstellen!
	S_2 auf x stellen!	S_2 auf x stellen!
L_9	Störung	Störung
S_0	Erhitzung	Erhitzung
S_1	Kühlwasser	Schwitzen
S_2	Abkühlung	Abkühlung
S_3	Heizung	Erhöhte Verbrennung
S_5	25 Grad erreicht	37 Grad erreicht

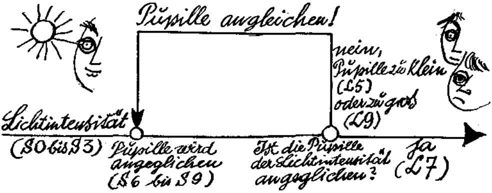
Wissenschaftlich betrachtet, war der LOGIKUS in dem einen Fall das kybernetische Modell der Regelung der Wassertemperatur in einem Fischbecken und das andere Mal das kybernetische Modell der Regelung der Körpertemperatur. Für beide Fälle war ein und dasselbe Modell brauchbar.

2. Der automatische Kapitän

Auch unsere Schaltung 55 kann mehr als nur die Temperatur eines Raumes überwachen. Mit der gleichen Verdrahtung ist sie beispielsweise das Modell einer automatischen Steuerung, wie man sie in modernen Schiffen findet. Da stellt der Kapitän nach dem Kompaß einen bestimmten Kurs ein, den das Schiff halten soll. Natürlich wird es durch Wind und Wellen von diesem Kurs abgebracht — einmal nach links, einmal nach rechts (oder — damit die Seeleute auch zufrieden sind — einmal nach Backbord und einmal nach Steuerbord). Der Kompaß merkt das natürlich sofort und schlägt Alarm: Je nach der Kursabweichung dirigiert er über ein Verstärkersystem die Steuerung des Schiffes nach rechts oder links, bis der Kahn wieder auf richtigem Kurs liegt.
Man müßte sich dazu beim Schaltbild 55 nur vorstellen, daß auf dem Schaltschieberstreifen nicht Temperaturen von 10 bis 28 Grad stehen, sondern Kurse: Nord-Nord-West, Nord, Nord-Nord-Ost und so weiter. Und auf dem Transparent steht nichts vom Heizen oder Kühlen, sondern „Zu weit Backbord. Steuerbord steuern!" — „Richtiger Kurs" — „Zu weit Steuerbord! Backbord steuern!".

3. Fotolinsen und das menschliche Auge

Eine weitere Möglichkeit wäre, Schaltung 55 als Regelautomatik für einen Fotoapparat zu verwenden. Die Belichtungszeit — vielleicht eine fünfzigstel Sekunde — ist unveränderlich. Nun reguliert man die Blende nach dem einfallenden Licht. Die gemessene Lichtstärke wird an den Schaltern S_0 bis S_3 eingestellt, und bei S_6 bis S_9 regelt man die Blende ein. Auf dem Transparentstreifen muß dann „Größere Blende wählen!" oder „Kleinere Blende wählen!" erscheinen.
Schon dieses Durchspielen verschiedener Regelungsprozesse mit ein und derselben LOGIKUS-Schaltung war die schiere Kybernetik — freilich durchweg im Bereich technischer Strukturen. Man kann aber auch das Gebiet wechseln und in die Biologie hinüberspringen. Der Fotoapparat mit seiner Blende, die man je nach dem Lichteinfall regelt, hat seine Entsprechung im menschlichen Auge mit seiner veränderlichen Iris. Wenn der Lichteinfall stärker wird, reagiert die Iris. Sie zieht sich zusammen, und die Pupille wird kleiner. Genau das kann man ebenfalls mit Schaltung 55 nachspielen. In diesem Fall wird links wieder die Lichtintensität eingestellt und rechts der Durchmesser der Pupille. Wieder geben die Leuchtzeichen Auskunft, ob die Pupille sich noch mehr



verengen muß, ob sie sich stärker erweitern kann oder ob sie den genau richtigen Durchmesser hat.

Ein Regelmechanismus prüft ständig, ob der Pupillendurchmesser der Lichtintensität entspricht und regelt entsprechend die Pupille nach. Das dauert zuweilen eine halbe Sekunde lang. Wenn ein Mensch aus dem Dunkeln plötzlich ins Helle tritt, kann man sehen, wie seine Pupillen sich erst einen Moment später verengen. Die Regelmechanik reagiert eben doch nicht so schnell. Der subjektive und für den Menschen oft peinliche Effekt dabei: Er ist einen Augenblick lang geblendet.

4. So kauft man eine Weihnachtsgans

Unzählige Vorgänge lassen sich mit unserer Schaltung 55 simulieren. Auch Sie werden bei einigem Nachdenken bestimmt auf Dutzende kommen. Lassen Sie uns nur noch ein Beispiel herausgreifen, das zwar banal erscheint, aber sehr schön deutlich macht, was der Mensch überlegt, wenn er eine Entscheidung treffen muß.

Stellen Sie sich vor, Sie wollen eine Weihnachtsgans kaufen. Weihnachtsgänse gibt's zwischen 15 und 25 Mark — also zu 15 Mark, 18 Mark, 22 und 25 Mark. Sie wissen genau, was Sie ausgeben wollen und können. Sagen wir: 18 Mark. Wenn Sie nun in den Laden kommen und dort eine Gans sehen, werden Sie nach dem Preis fragen. Kostet die Gans 25 Mark, werden Sie sie als zu teuer ablehnen. Kostet sie nur 15 Mark, so wird sie Ihnen zu klein erscheinen. Erst bei einer Gans für 18 Mark werden Sie zugreifen.

Das ist der Vorgang menschlichen Überlegens vor einer Auswahlhandlung. Und genau diesen Vorgang können wir mit unserer Schaltung 55 nachspielen. Wie das im einzelnen vor sich geht, brauchen wir Ihnen nicht mehr zu sagen — das wissen Sie nun schon selbst.

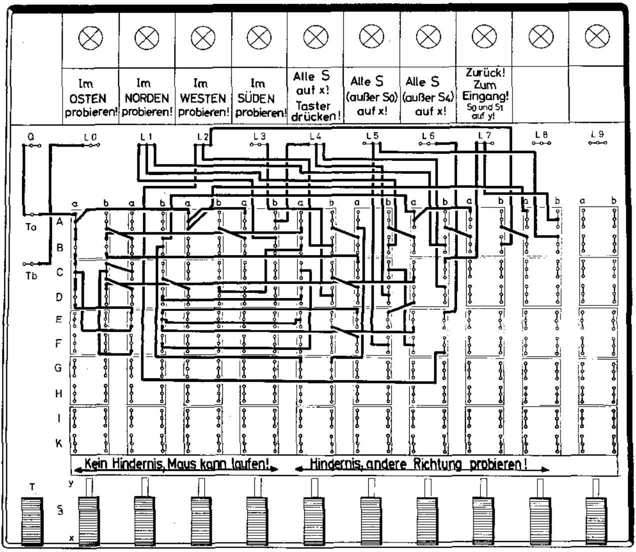
5. Eine Firma mit drei Filialen

Natürlich kann auch unsere Schaltung 56 für mehrere andere Regelprobleme dienen. An die Stelle von drei Zimmern, die verschieden warm sind, könnte man zum Beispiel eine Firma mit drei Filialen setzen, die Kochtöpfe verkauft. Wenn die Töpfe sich in den Regalen stapeln (das entspricht dem „Zu heiß"), muß man verkaufen, verkaufen, verkaufen („Kühlen"). Gehen sie aus („Zu kalt"), muß man schleunigst nachbestellen („Heizen"). Halten sich Einkauf und Verkauf ringsum die Waage, entspricht das der „ausgeglichenen Temperatur". Und dann kann man natürlich (entsprechend dem Wärmetausch) die Töpfe zwischen den einzelnen Filialen austauschen, wenn sie sich in der einen stapeln, während die andere keine mehr hat.

Ein anderes Beispiel wäre eine Baufirma mit drei Baustellen, wo je nach dem Arbeitsanfall Maurer eingestellt und entlassen oder einfach von einer Baustelle zur anderen transportiert werden.

6. Eine Maus findet aus dem Labyrinth

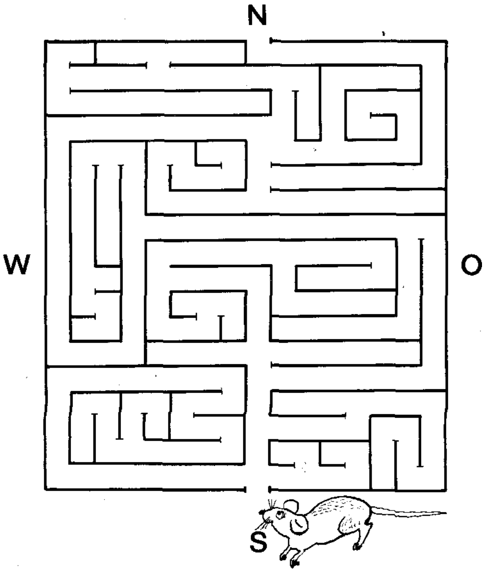
Auch im Institut für experimentelle Zoologie an der Hochschule für Bodenkultur in Wien macht man interessante wissenschaftliche Versuche mit dem LOGIKUS. Rainer Bösel schickte uns von dort eine Reihe kybernetischer Programme, von denen wir eines hier abdrucken: Der LOGIKUS simuliert das Verhalten einer Maus, die in einem Labyrinth den Ausgang sucht. Böseis Schaltung mit der sehr komplizierten Verdrahtung stellen wir ohne weiteren Kommentar vor (Schaltbild 60, Streifen „Labyrinth"). Wer sich dafür interessiert, wird der Logik, die dieser Schaltung zugrunde liegt, schnell auf die Sprünge kommen.



Schaltbild 60

Nachdem das Programm verdrahtet ist, nimmt man Bleistift und Papier und zeichnet ein x-beliebiges Labyrinth mit horizontal und vertikal verlaufenden Gängen und rechtwinkligen Ecken — also etwa so, wie wir es auf der nächsten Seite skizziert haben. Am besten zeichnet man den Eingang zum Labyrinth an die untere Seite des Papiers, also — um den Begriffen aus der Kartographie zu folgen — im Süden. Die Maus könnte ein Streichholzköpfchen sein.

Sobald die Maus am Eingang Posten bezogen hat, wird als erstes der Taster gedrückt. Nun leuchtet L_0 auf: „Im Osten probieren!" Das heißt, die Maus läuft zunächst nach rechts. Ist dort der Weg frei, so wird So auf y geschoben: .Kein Hindernis; Maus kann laufen."

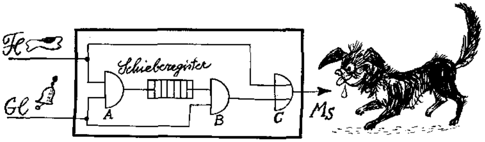


Geht es aber rechts nicht weiter, so müßte S_4 auf y gestellt werden: „Hindernis; andere Richtung probieren!" Weitere Befehle, was die Maus zu tun hat und was Sie an den Schaltschiebern einzustellen haben, gibt Ihnen der LOGIKUS selbst.
Wichtig ist nur, daß man (falls dem kein anderslautender Befehl des LOGIKUS entgegensteht) in der Reihe der „Hindernis-Schalter oder .Kein Hindernis"-Schalter immer den bedient, der am weitesten links liegt und noch nicht auf y steht. Und dann muß man natürlich auch die Maus die befohlenen Schritte machen lassen.
„Bei uns hat die Maus noch stets aus dem Labyrinth gefunden", schreibt Rainer Bösel dazu. Bei uns, als wir die Schaltung testeten, auch.

7. Ein Hund wird dressiert

Als letztes kybernetisches Experiment wollen wir Ihnen zeigen, wie man lernt. Und zwar wollen wir einen Hund dressieren — den berühmten Pawlowschen Hund.
Iwan Petrowitsch Pawlow, ein russischer Physiologe, entdeckte im Jahre 1898, daß der Anblick und der Duft von Nahrung bei einem Hund die Produktion von Magensaft und Speichel auslösen. Mancher Hund sabbert schon, wenn er nur das Fleischpapier rascheln hört.

Pawlow ließ nun jedesmal, bevor er seinem Hund Nahrung zeigte oder gab, eine Glocke läuten. Den Hund interessierte das zunächst nicht sehr. Aber nach einiger Zeit stellte sich heraus, daß sich die Produktion von Magensaft und Speichel schon einstellte, wenn nur die Glocke erklang, von Fleisch und Knochen aber noch längst keine Rede war. Glocke und Magen hatten sich in einem sogenannten „bedingten Reflex" verbunden. Und das ist ein Lernvorgang einfacher Art.
Dieser Lernvorgang läßt sich als logische Schaltung darstellen. Die Schaltung soll auf einen eintreffenden Impuls Fl (er entspricht dem Fleischbrocken, den man dem Hund vorhält) einen Impuls Ms (Magensaft) abgeben. Sie soll sich, wenn ein weiterer Impuls Gl (gleich Glocke) ankommt, nicht stören lassen, aber gleichzeitig lernen, daß dieser Impuls irgendwie mit dem Impuls Fl zusammengehört. Später soll sie dann schon auf das Eintreffen von Impuls Gl den Impuls Ms weitergeben.
Diese logische Schaltung würde so aussehen:



Den Begriff „Schieberegister" müssen wir Ihnen noch erklären. Es handelt sich um eine Art von Speicher, durch den elektrische Impulse hindurchwandern. Und zwar rückt der gesamte Vorrat von Impulsen, der im Schieberegister steckt, jeweils um ein Fach nach vorne, sobald von hinten ein neuer Impuls hinzukommt. So schieben sich die[1] Impulse auf Druck von hinten durch das ganze Register.

Erster Versuch: Der Impuls Fl kommt an. Er teilt sich gleich am Eingang der Schaltung. Ein Teil von ihm saust nach A, richtet dort aber nichts aus, denn es fehlt ja ein zweiter Impuls, der diese Und-Schaltung erst ansprechen ließe. Die andere Hälfte des Fl-Impulses läuft zur Oder-Schaltung C und bringt dort ganz ordnungsgemäß den Impuls Ms zuwege. Unser Kunsthund sondert also Magensaft ab, sobald er das Fleisch, riecht.

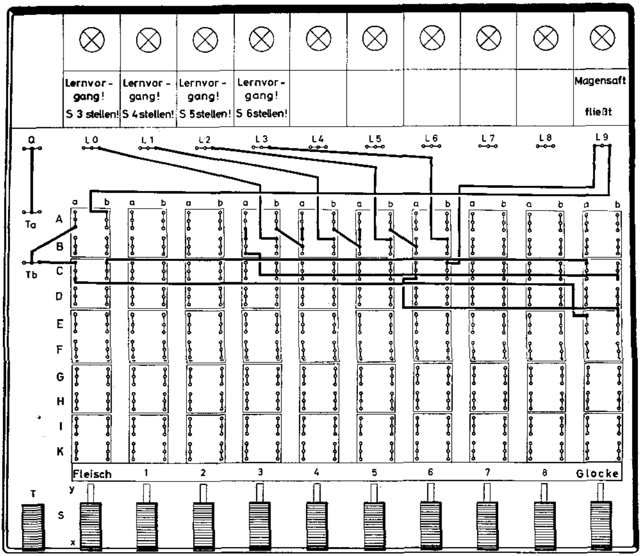
Zweiter Versuch: Zum Impuls Fl wird Impuls Gl eingegeben. Auf deutsch: Man hält Waldmann das Fleisch vor und läutet gleichzeitig das Glöckchen. Ein Teil von Impuls Fl läuft brav los, zwängt sich durch die Oder-Schaltung und kommt als Ms ans Tageslicht — Waldmann reagiert und läßt Magensaft fließen. Gleichzeitig trifft der zweite Teil des Impulses Fl an der Und-Schaltung A auf den Impuls Gl. Beide zusammen dürfen A passieren. Sie bilden nun einen gemeinsamen Impuls, der ins Schieberegister vordringt.

Weiter geschieht zunächst nichts — aber Waldmann hat etwas gelernt. Er weiß es nur noch nicht.

Was eben vor sich ging, wiederholt sich nun mehrmals. Impuls Fl und Impuls Gl kommen stets zusammen an und begeben sich durch A. Allmählich füllt sich das Schieberegister, nach und nach stabilisiert sich der bedingte Reflex. Irgendwann ist das Schieberegister proppenvoll. Jetzt ist der Lernvorgang beendet. Man kann ruhig weiter beide Impulse Fl und Gl gleichzeitig einsetzen — es geschieht nichts Neues mehr. Das Schieberegister bekommt hinten weitere Impulse hineingeschoben und gibt dafür vorne welche ab. Sie treffen bei B mit Teilimpulsen von Gl zusammen, marschieren gemeinsam zur Oder-Schaltung und bewirken dort nichts, was Impuls Fl nicht auch vermöchte: Der Magensaft läuft.

Was aber ereignet sich, wenn man Impuls Fl wegläßt und nur noch Impuls Gl eingibt — also das Fleisch spart und lediglich die Glocke läuten läßt?

Ganz einfach: Impuls Gl teilt sich; eine Portion läuft zur Und-Schaltung A, richtet dort aber nichts aus, weil der Partner fehlt. Der andere Teil saust zur Und-Schaltung B. Dort liegt aber bereits ein Impuls aus dem Schieberegister an. Beide zusammen werden durchgelassen, begeben sich spornstreichs zur Oder-Schaltung C und bewirken einen Impuls Ms. Allein die Glocke hat genügt, um den Magensaft in Aktion zu setzen!



Schaltbild 61

Auf dem LOGIKUS können wir das nachmachen. Sehen Sie Schaltbild 61 an! Da haben wir Pawlows lernenden Hund programmiert, genau nach dem logischen Schaltplan, den wir Ihnen oben zeigten (Streifen „Pawlow"). Ein Schieberegister haben wir allerdings nicht, leider. Dessen Funktion müssen Sie so nebenbei mit übernehmen, indem Sie den aufleuchtenden Lampen folgen und S_3 bis S_4 verstellen.

Schauen wir, wie unser Hundchen reagiert! Sobald Sie den Schaltschieber 0 („Fleisch") von x auf y stellen und Taster T drücken, leuchtet Lampe 9 auf. Klarer Fall: Fiffi bekommt sein Essen und läßt den Magensaft fließen.

Wenn Sie nun obendrein die Glocke läuten lassen und S_9 verstellen (aber gleichzeitig mit S_o!), dann leuchtet beim Druck auf den Taster nicht nur die Anzeige für den Magensaft auf, sondern auch Lampe 0. „Lernvorgang!" lesen Sie da, „S3 stellen!". Das müssen Sie nun auch bitte tun, denn das ist der erste Lernimpuls, der sich in Fiffi festsetzt.

Wir haben uns gedacht, daß unser elektronischer Hund vier solcher Lernvorgänge braucht — dann kann er's. Nach dem vierten Mal brauchen Sie nur noch die Glocke zu läuten und S_9 zu verstellen. S_0 darf auf x stehen bleiben, der Magensaft läuft auch so. Fiffi hat's gelernt!

Anders gesagt: Unser LOGIKUS hat etwas gelernt. Imponierend, nicht wahr?

Zwischenbemerkung

George Boole war ein Genie. Er lebte von 1815 bis 1864 in England, und seine Erkenntnisse, die er unter anderem in dem Buch „The Laws of Thought" („Die Gesetze des Denkens") niederlegte, haben auf die Mathematik und die Philosophie sehr stark eingewirkt.

Zum Dank haben viele Lexika zwischen „Boogie Woogie" und „Boom" keine Zeile für ihn übrig.

Boole, der ursprünglich Lehrer war, fand als Autodidakt zur Mathematik, weil er meinte, ein Schulmeister müsse auch diese Wissenschaft zumindest in ihren Grundzügen kennen. Bei seinem Selbststudium entwickelte er, gleichsam nebenbei, die „Theorie der Invarianz*", die Voraussetzung für Einsteins Relativitätstheorie.

Zusammen mit einigen anderen britischen Mathematikern entwickelte Boole die — auch heute noch weitgehend unbekannte und vielfach unverstandene — Einsicht, daß Buchstaben wie x, y und z in der Algebra durchaus nicht unbedingt Symbole für Zahlen sein müßten. Diese Buchstaben könnten auch ganz andere Dinge symbolisieren. Die Mathematiker fragten sich, warum man denn die Algebra so eng mit der Arithmetik (also mit der Lehre von den Zahlen) verknüpfen müsse?

Aus diesen Überlegungen entwickelte Boole ein System — und zwar ein ganz einfaches System — symbolischer oder mathematischer Logik. „Boole enthüllte uns die reine Mathematik", schrieb später der große Mathematiker und Philosoph Bertrand Russell.

Mit einigen Abteilungen dieser „Booleschen Algebra" wollen wir uns auf den folgenden Seiten befassen.

Übrigens werden wir es uns auf diesen folgenden Seiten bei den Schaltplänen einfacher machen. Statt überall die Drähte vom Programmierfeld brav zu den Lämpchen zu zeichnen, werden wir zuweilen nur noch Pfeile malen und dranschreiben, wohin der Draht führen soll.

Ein Pfeil mit „L_5" bedeutet dann zum Beispiel, daß diese Verbindung zu Lampe 5 geführt werden muß.

Dieses Verfahren wird — so jedenfalls meinen wir — die Schaltpläne übersichtlicher machen. Und das ist kein Fehler. Oder?

* Invarianz = Unveränderlichkeit von Meßgrößen in der Mathematik

Neuntes Kapitel: Mengenalgebra

In den Schulbüchern unserer Gymnasiasten ist seit kurzem eine neue Art von Rechnerei zu finden, die alle in klassischer Mathematik erzogenen Eltern veranlaßt, die Stirn zu runzeln; sie nennt sich „Mengenlehre".

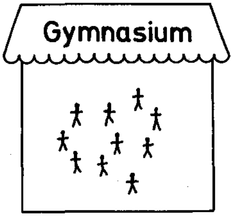
Die Eltern können beruhigt sein. Auch die meisten Mathematiklehrer mußten diese „Mengenlehre" neu lernen, und es ist durchaus nicht sicher, daß alle sie von Grund auf begriffen haben.

Dabei ist diese Mengenlehre alt, uralt. Sie ist eine legitime Tochter der Booleschen Algebra, also durchaus keine Erfindung unseres 20. Jahrhunderts.

Wir brauchen diese Mengenlehre beim LOGIKUS als Vorstudium für spätere Kapitel. Deshalb haben wir sie in unser Handbuch aufgenommen (allerdings nennen wir sie, was wir korrekter finden, „Mengenalgebra")- Und wenn Sie zufälligerweise Brüder, Kinder, Vettern oder Neffen haben, die sich in der Schule mit Mengenlehre beschäftigen und darob die Nase hoch tragen — hier haben Sie Gelegenheit, heimlich und still einschlägigen Nachhilfeunterricht zu nehmen.

1. Hier lernt man drei Sprachen

Wir wollen damit beginnen, daß wir Ihre Phantasie ein wenig anregen. Bitte stellen Sie sich ein gutdeutsches Gymnasium vor, eine Stätte der Gelehrsamkeit. Ein Flügel« dieses ehrwürdigen Baues ist der Pflege der Sprachen vorbehalten. Hier wird Deutsch, Englisch und Französisch gelehrt:



In dieser philologischen Abteilung sind, wie Sie schon an der Zeichnung sehen, zehn Lehrkräfte tätig. Einige von ihnen unterrichten Deutsch, andere Englisch, ein dritter Teil kümmert sich um das Französische. Einige der Lehrer unterrichten auch in zwei und sogar in drei Sprachen — ein insgesamt etwas verwirrender Tatbestand, der aber durchaus der Wirklichkeit entspricht. Um genau Bescheid zu wissen, hat der

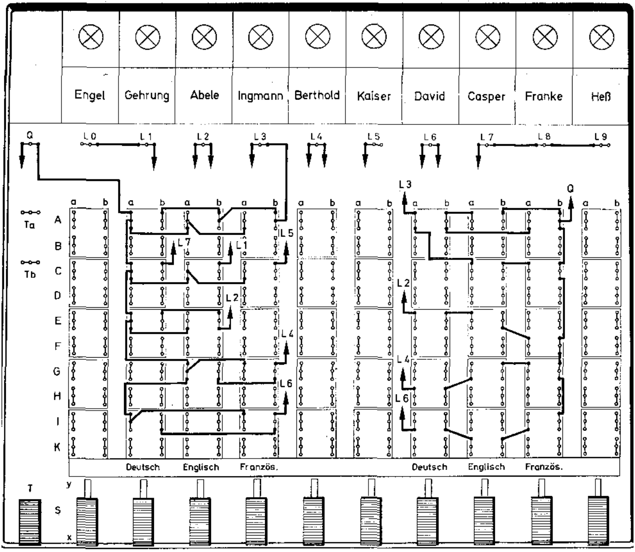
Schulrektor eine Liste anfertigen lassen, aus der hervorgeht, in welchen Sprachen jeder der zehn Lehrer zu unterrichten weiß:

	Deutsch	Englisch	Französisch
Abele	x	x	
Berthold		x	x
Casper	x		
David	x		x
Engel		x	
Franke	x		
Gehrung		x	
Heß	x		
Ingmann	x	x	x
Kaiser			x

Hätte der Schulrektor einen LOGIKUS, so wäre die Liste nicht nötig. Denn er könnte sich dann ein Programm verdrahten, das ihm die Auskunft, die er jeweils braucht, noch schneller gibt als seine Liste. Wir haben Ihnen dieses Programm aufgezeichnet — es hat die Nummer 62 (Streifen „Lehrer 1").

Sie brauchen — auf der linken Seite — nur die Schaltschieber S_1, S_2 oder S_3 zu betätigen, je nachdem, ob Sie wissen wollen, welche Lehrer Deutsch, Englisch oder Französisch lehren. Im Lampenfeld leuchten die Herren zuverlässig auf.

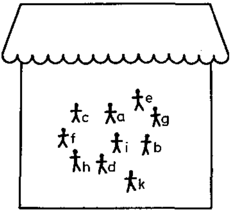
Unser Programm kann aber noch mehr. Auf der rechten Seite ist ein weiteres System verdrahtet, das Ihnen sagt, weiche Lehrer in zwei oder mehr Fächern Unterricht geben. Wenn Sie also zum Beispiel wissen wollen, welche Lehrkräfte im Deutschen und im Französischen gleichzeitig fit sind, brauchen Sie nur S_6 und S_s zu verschieben. Das Lampenfeld gibt Ihnen Auskunft.



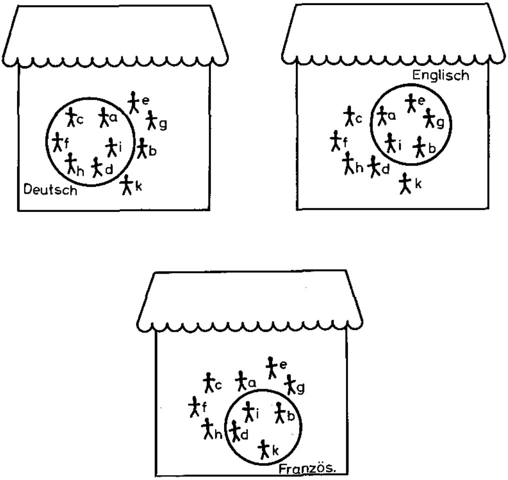
Schaltbild 62

2. Die Lehrer werden eingekreist

Nachdem wir nun die Lehrer ein wenig kennengelernt haben und wissen, wie sie heißen, könnten wir ja die Anfangsbuchstaben ihrer Namen in unsere Zeichnung von vorhin eintragen. Und zwar benutzen wir dazu kleine Buchstaben. Das sieht so aus;



Mit einem schönen, weichen Bleistift könnte man nun in dieser Skizze einkreisen, welche Lehrer welche Sprachen können:



Die Lehrer, die von diesen Kreisen eingeschlossen werden, sind jeweils die „Menge" der Lehrer, die in der betreffenden Sprache unterrichten. Und damit sind wir nun schon mittendrin in der Mengenalgebra.

Wenn wir erfassen wollen, welche Lehrer zu welcher „Menge" gehören, können wir uns dazu einer bestimmten algebraischen Schreibweise bedienen. Wir nehmen die Anfangsbuchstaben der Lehrernamen, schreiben sie klein und setzen sie in barocke Klammern:

$$\{ a, c, d, f, h, i \}$$

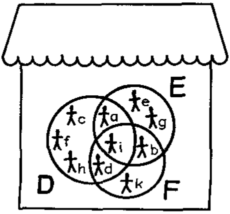
Das wäre die Menge der Lehrer, die Deutsch unterrichten. Der einzelne Lehrer wird dabei, ob er will oder nicht, als „Element" der betreffenden Menge bezeichnet. Als Gleichung hingeschrieben, würde das für unsere drei Fächer Deutsch, Englisch und Französisch (die wir als D, E und F bezeichnen wollen) so aussehen:

$$\{a, c, d, f, h, i\} = D$$
$$\{ a, b, e, g, i) = E$$
$$\{ b, d, i, k \} = F$$

Diese barocken, geschweiften Klammern können Sie ganz schnell wieder vergessen. Sie spielen bei den algebraischen Erwägungen, die wir jetzt anstellen wollen, keine Rolle mehr. (Später verwenden wir ganz normale runde Klammern — wie die, in denen dieser Satz steht.) Aber es schadet ja nichts, wenn man weiß, wie man — streng nach den Regeln des deutschen Gymnasiums — die Elemente einer Menge zusammenfaßt. Oder?

3. Die Mengen überschneiden sich

Vorhin haben wir eingekreist, welcher Lehrer zu welchem Sprachraum gehört. Wir können natürlich auch alle drei Kreise in ein Schulhaus zeichnen, das ist einfacher und spart Papier. Daß die Kreise dabei nicht säuberlich getrennt dastehen, sondern daß es Überschneidungen gibt, ist klar — denn einige Lehrer sind ja in verschiedenen Fächern tätig. Zeichnen wir es einmal auf!

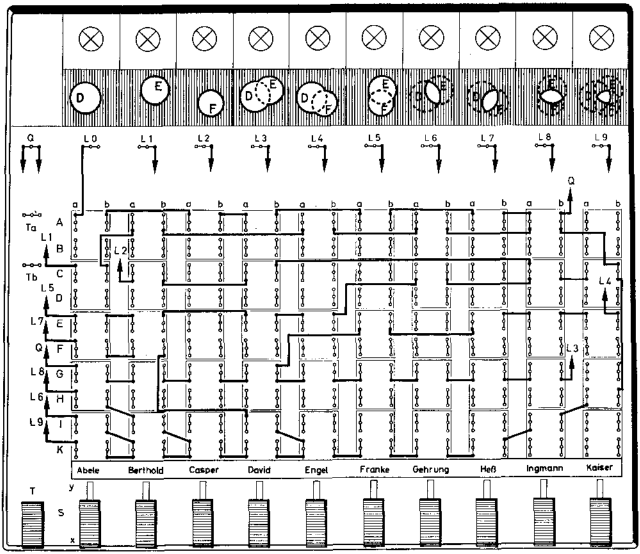


Immer noch sieht man deutlich, welcher Lehrer zu welcher Sprache gehört. Wir haben dazu auch ein LOGIKUS-Programm gezeichnet, das wir Ihnen unter Nr. 63 vorstellen (Streifen „Lehrer 2"). Je nachdem, welche Schaltschieber Sie verstellen (jeder ist je einem der Lehrer zugeordnet), leuchtet die Menge auf, zu der diese Lehrer gehören. Sie müssen aber immer alle Lehrer einer Sprache (sprich: alle Elemente jeder Menge) einstellen, sonst klappt es nicht.

Sie sehen, wie sich auch hier die Kreise der Mengen überschneiden. Zuweilen leuchten sogar nur Kreisausschnitte auf. Wenn Sie beispielsweise S_3 (für Lehrer David) und Sa (für Lehrer Ingmann) betätigen, strahlt das Lämpchen L_7 auf, das nur das kleine Orangenschnitzchen beleuchtet, das dort entstanden ist, wo D und F sich überschneiden.

Wenn Sie den Fall genau bedenken, ist das nur logisch; denn David und Ingmann bilden zusammen die winzige Menge, die dort entstanden ist, wo beides, Deutsch und Französisch, gelehrt wird.

Hier sind wir an einem wichtigen Punkt angekommen. Am besten stellen Sie den LOGIKUS für zehn Minuten zur Seite. Wir müssen jetzt nämlich ein wenig Algebra treiben — Mengenalgebra.

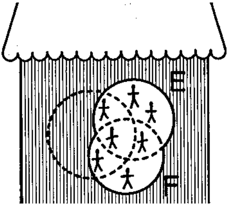


Schaltbild 63

	Abele	Berthold	Casper	David	Engel	Franke	Gehrung	Heß	Ingmann	Kaiser
Deutsch	X		X	X		X		X	X	
Englisch	X	X			X		**x**		**x**	
Französisch		X		X					**X**	**X**

4. Die Vereinigung der Sprachlehrer

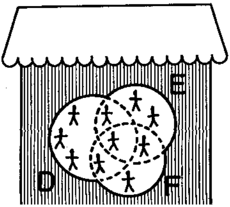
Zunächst wollen wir einmal die Menge der Lehrer untersuchen, die Fremdsprachen treiben, die also entweder Englisch oder Französisch (oder auch beides) unterrichten. Wenn wir zu dieser Bestimmung wieder unsere Kreise zu Hilfe nehmen, sieht das so aus wie auf der nächsten Seite oben.



Diese hübschen Kreise sind übrigens nicht unsere eigene Erfindung. Sie gehören ganz allgemein zum Rüstzeug der Mengenalgebraiker und bilden die sogenannten „Venn-Diagramme".

Unser Venn-Diagramm hier zeigt die „Vereinigung" der beiden Mengen der Englisch- sowie der Französischlehrer an. Die beiden Mengen wurden zur Vereinigungsmenge „vereinigt".

Genauso können wir die Menge der Deutsch- und Englischlehrer oder die der Deutsch- und Französischlehrer vereinigen. Auf unserem LOGIKUS-Programm 63 haben wir Ihnen das vorexerziert. Auch sämtliche drei Lehrergruppen können wir vereinigen, warum nicht? Wir bekommen dann ein Venn-Diagramm, das so aussieht:



Diese Vereinigung aller drei Mengen haben wir in unserer LOGIKUS-Schaltung 63 allerdings nicht abgebildet, weil kein Platz mehr dafür war.

5. Am Anfang steht die Grundmenge

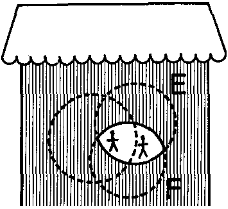
Es handelt sich bei dieser Vereinigung sämtlicher Lehrer, die in der sprachlichen Abteilung unserer Schule unterrichten, sowieso um einen Sonderfall. Denn diese Vereinigung schließt sämtliche Mengenelemente ein, die wir hier überhaupt untersuchen. Sie stellt damit die sogenannte „Grundmenge" dar.

Unter einer Grundmenge versteht man immer die Gesamtheit aller Mengenelemente, mit denen man sich gerade beschäftigt. Die Mengenalgebra hat es ja nicht nur mit Sprachlehrern zu tun. Sie untersucht die Menge aller Einwohner eines Landes oder die Menge aller durch 3 teilbaren Zahlen oder die Menge der Moleküle bei einer chemischen Reaktion ... Und immer ist die Grundmenge die Ausgangsbasis, von der aus man seine Überlegungen anstellt.

Auch wir haben das so gemacht Wenn Sie bis Seite 65 zurückblättern, sehen Sie, daß wir Ihnen zuallererst unser Schulhaus mit den zehn Lehrern vorgestellt haben. Diese zehn Lehrer bilden für unsere Experimente hier die Grundmenge.

6. Ein dummes Wort: Der Durchschnitt

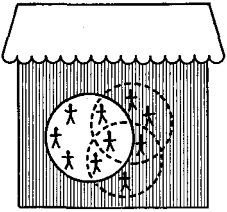
Von der „Vereinigung" mehrerer Mengen haben wir bereits gesprochen. Man benutzt sie, wenn man untersuchen will, welche Elemente in der einen sowie in der anderen Menge vorhanden sind. Anders ist es, wenn man herausbekommen möchte, welche Lehrer nach Belieben Englisch und Französisch unterrichten können, also besonders vielseitig sind. Dann muß man den Ausschnitt untersuchen, den wir hier stark umrandet haben:



Dieses Orangenschnitzchen entsteht, wenn die beiden Mengen der Englisch- und der Französischlehrer „geschnitten" werden. Was dabei herauskommt, eben dieses Orangenschnitzchen, nennt man den „Durchschnitt".
Dieses Wort ist ganz erstaunlich unglücklich gewählt. Denn unter einem „Durchschnitt" versteht man in der Umgangssprache ja etwas ganz anderes. Aber das hilft nichts; wir haben die Bezeichnung nicht ausgesucht. Sie wurde von irgendwelchen maßgeblichen Leuten gewählt, und wir müssen sie, wenn auch zähneknirschend, benutzen.

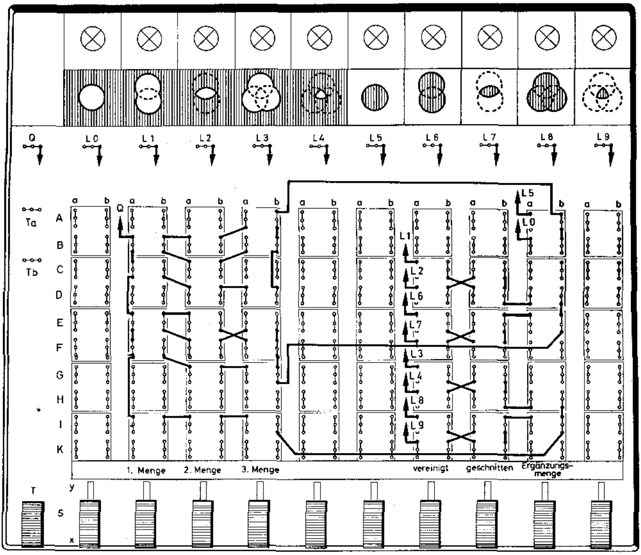
7. Zu jeder Menge gehört eine Ergänzungsmenge

Allmählich kommt der Augenblick, in dem wir unsere guten Lehrer verlassen müssen. Bald werden wir — der Klarheit zuliebe — nur noch ganz abstrakt von „Mengen" reden und dahingestellt sein lassen, welche Elemente sich in diesen Mengen tummeln, ob es Hülsenfrüchte, Oberlehrer oder die Zahlen vom kleinen Einmaleins sind.
Aber einen Begriff müssen wir Ihnen zuerst noch vorstellen: den der „Ergänzungsmenge". Das ist ganz einfach. Die Ergänzungsmenge ist immer das, was übrigbleibt, wenn man eine bestimmte Menge von der Grundmenge abzieht. Deutlicher gesagt: Wenn wir die Menge der Deutschlehrer betrachten, so besteht die Ergänzungsmenge aus allen Lehrern, die nicht Deutsch lehren. (Ausgenommen natürlich die Herren, die sowohl Deutsch als auch eine Fremdsprache im Lehrauftrag haben. Die gehören in diesem Fall noch zur Menge der Deutschlehrer.) Am besten sehen Sie sich dazu ein Venn-Diagramm an: Was schraffiert erscheint, ist die Ergänzungsmenge zur Menge der Deutschlehrer.



Damit Sie mit einer, zwei und drei Mengen noch ein wenig üben können, das „Vereinigen" und „Schneiden" in den Griff bekommen und ganz allgemein das Auge an die Venn-Diagramme gewöhnen, haben wir Ihnen Programm 64 aufgezeichnet (Streifen „3 Mengen"). Bei den Lampenfeldern gilt hier — wie auch bei den Zeichnungen vom Gymnasium — nur das, was hell leuchtet, nicht das Schraffierte.

Ab der nächsten Seite werden wir das umgekehrt machen. Da werden wir uns — der besseren Übersicht zuliebe — nur noch für das Längs- und Querschraffierte interessieren und die weißgebliebenen Flächen nicht weiter beachten.



Schaltbild 64

8. Die ersten Grundgesetze

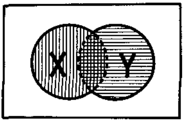
Von jetzt an wollen wir die drei Mengen, mit denen wir operieren, ganz abstrakt X, Y und Z nennen. Und wir wollen uns überhaupt nicht mehr darum kümmern, wieviele Elemente in jeder Menge enthalten sind. Auch ohne Seitenblick auf die Elemente können wir mit diesen Mengen rechnen, können sie algebraisch verknüpfen und die erstaunlichsten Dinge mit ihnen anstellen.

(Natürlich steht nirgends geschrieben, daß wir uns auf drei Mengen beschränken müssen. Wir könnten genauso gut mit vier, sieben oder siebenunddreißig Mengen operieren. Nur wird dann alles sehr unhandlich.)

Zunächst wollen wir uns wieder über die „Vereinigung" und den „Durchschnitt" unterhalten. Für beide hat man sich Verknüpfungszeichen ausgedacht. (Bei der normalen Rechnerei sind solche Verknüpfungszeichen das Plus und das Minus, das Malzeichen oder die beiden Punkte beim Dividieren. In der Mengenalgebra bedient man sich anderer Symbole, damit es keine Verwechslung gibt.) Zum Beispiel nimmt man für die Vereinigung dieses Zeichen:

$$\cup$$

Es sieht aus wie ein u, ist aber keines, sondern lediglich ein halbrunder Bogen, der nach oben offen ist. Will man die Vereinigung der beiden Mengen X und Y darstellen, so schreibt man das einfach „$X \cup Y$" („X vereinigt mit Y"):

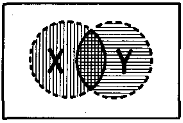


$= X \cup Y$

Beim Durchschnitt stellt man den kleinen Bogen auf den Kopf, so daß die Öffnung nach unten schaut:

$$\cap$$

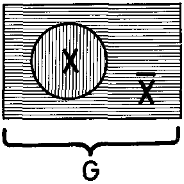
Logischerweise wird „X geschnitten mit Y" nun so geschrieben: $X \cap Y$.



$= X \cap Y$

Auch für die Ergänzungsmenge gibt es ein Symbol. Es ist einfach ein waagerechter Strich über dem betreffenden Zeichen. $\overline{X}$ (gesprochen „Nicht-X") ist also die Ergänzungsmenge zu X. Da wir schon längst wissen, daß eine Menge (X) zusammen mit der Ergänzungsmenge ($\overline{X}$) die Grundmenge (G) ergibt, können wir sogar bereits das erste Grundgesetz der Mengenalgebra aufstellen: X vereinigt mit Nicht-X ist gleich der Grundmenge:

Grundgesetz 7 M:



$$\boxed{X \cup \overline{X} = G}$$

Kluge Leute haben für die Mengenalgebra eine Sammlung von genau 21 Grundgesetzen aufgebaut, die allesamt den Vorzug haben, erstens sehr einfach und zweitens auf Anhieb völlig einleuchtend zu sein. Die Mengenalgebra (überhaupt die gesamte Boolesche Algebra) ist also ein geradezu ideales System für Leute, denen es sonst vor jeglicher Mathematik graust.

Einige dieser Grundgesetze sind sogar so einfach, daß jedermann sie für schlechthin selbstverständlich hält. (Mathematisch betrachtet, ist aber gar nichts selbstverständlich. Deshalb muß in dieser Wissenschaft alles genau festgelegt werden. Auch wir können uns davor nicht drücken.)

Zwei dieser selbstverständlich scheinenden Gesetze sind zum Beispiel:

Grundgesetz 1 M*:

$$\boxed{X \cup Y = Y \cup X}$$

Grundgesetz 2 M:

$$\boxed{X \cap Y = Y \cap X}$$

Es ist ganz klar: Wenn wir X mit Y vereinigen oder — im anderen Fall — X mit Y schneiden, so ist es völlig gleichgültig, ob man zuerst das X hinschreibt oder ob man dem Y den Vortritt gibt. Es kommt auf jeden Fall dasselbe heraus.

* Die Numerierung der Grundgesetze in der Mengenalgebra und in der Schaltalgebra haben wir willkürlich gewählt. Es gibt keine Norm dafür. Damit Sie sich leichter in diesem Buch zurechtfinden, haben wir die Grundgesetze der Mengenalgebra 1 M, 2 M usw. benannt, die der Schaltalgebra 1 S, 2 S usw.

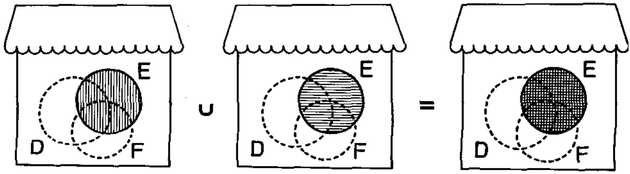
9. Wie man jemand mit sich selbst vereinigt

Zwei weitere Grundgesetze sehen auf den ersten Blick recht merkwürdig aus:

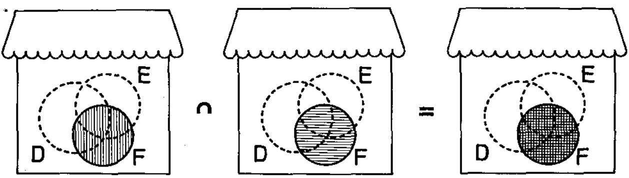
Grundgesetz 3 **M:** $\boxed{X \cup X = X}$

Grundgesetz 4 **M:** $\boxed{X \cap X = X}$

Aber wenn man sich beide Fälle genauer überlegt, bleiben gar keine Zweifel. Wer die Menge X mit der genau gleichen Menge X vereinigt, kann beim besten Willen nichts anderes herausbekommen als eben wieder die Menge X. Die Menge der Englischlehrer vereinigt mit der Menge der Englischlehrer ist und bleibt die Menge der Englischlehren



Genauso ist es, wenn man die Menge der Französischlehrer mit der Menge der Französischlehrer schneidet. „Schneiden" bedeutet ja, daß man die Mengenelemente feststellt, die beiden Mengen gemeinsam sind. In diesem Fall haben die Menge der Französischlehrer und die Menge der Französischlehrer sämtliche Mengenelemente gemeinsam — es muß ganz einfach wieder die Menge der Französischlehrer herauskommen.;



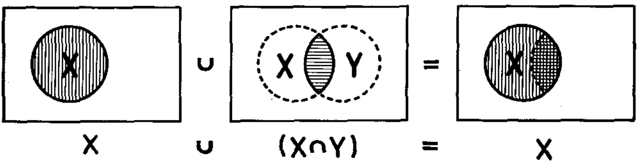
Nun wird's schon ein wenig komplizierter. Es gibt zwei weitere Grundgesetze, deren Richtigkeit nicht auf den ersten Blick durchschaubar ist:

Grundgesetz 5 M: $\boxed{X \cup (X \cap Y) = X}$

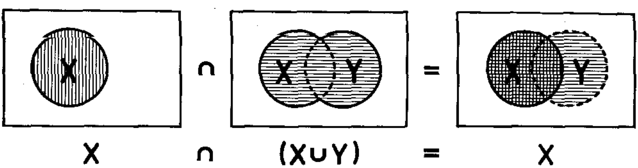
Grundgesetz 6 M: $\boxed{X \cap (X \cup Y) = X}$

Die Klammern — diese Bemerkung sind wir den Nicht-Mathematikern schuldig — bedeuten stets, daß das, was in solch einer Klammer (. . .) steht, zuerst extra für sich ausgerechnet werden muß.

Wenn man bei einem Problem der Mengenalgebra nicht gleich durchblickt, rätselt man gar nicht lange herum, sondern versucht, der Sache durch Venn-Diagramme näherzukommen. Das ist der einfachste und sicherste Weg. Im Fall $X \cup (X \cap Y) = X$ braucht man allerdings einige dieser Diagramme:



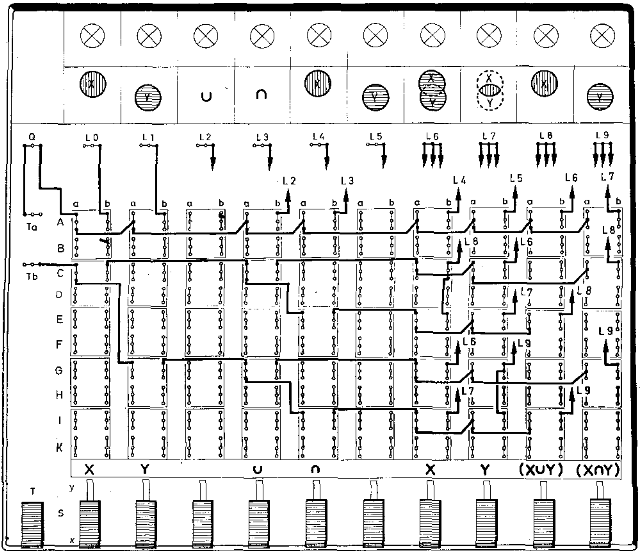
Ebenso geht man vor, wenn man prüfen will, ob die Behauptung richtig ist, wonach $X \cap (X \cup Y) = X$ sei.



Sie sehen also (mit Erleichterung, wie wir hoffen), daß es auch mit diesen Grundgesetzen seine Richtigkeit hat.

10. Lehrmaschinen für die Mengenalgebra

Damit Sie sich noch ein bißchen intensiver mit diesen Grundgesetzen der Mengenalgebra beschäftigen können (wir werden sie später dringend brauchen!), haben wir Ihnen den LOGIKUS wieder einmal zur Lehrmaschine programmiert (Schaltbild 65, Streifen „Grundgesetze 1"). An den Schaltschiebern können Sie die Ausgangsbezeichnungen einstellen — zum Beispiel X ∩ Y. (Dabei dienen die Schalter 0 oder 1 zur Einstellung des links von ∪ bzw. ∩ stehenden Buchstabens X oder Y, während die Schalter 6 bis 9 zur Einstellung des Ausdrucks dienen, der auf das Zeichen ∪ oder ∩ folgt. Schalter 0 und 1 werden also niemals gleichzeitig auf y geschoben.)
Dann überlegen Sie scharf, was dabei herauskommt, und schließlich drücken Sie auf den Taster. Das Fensterchen, das nun aufleuchtet, zeigt Ihnen, ob Ihre Überlegung richtig war.

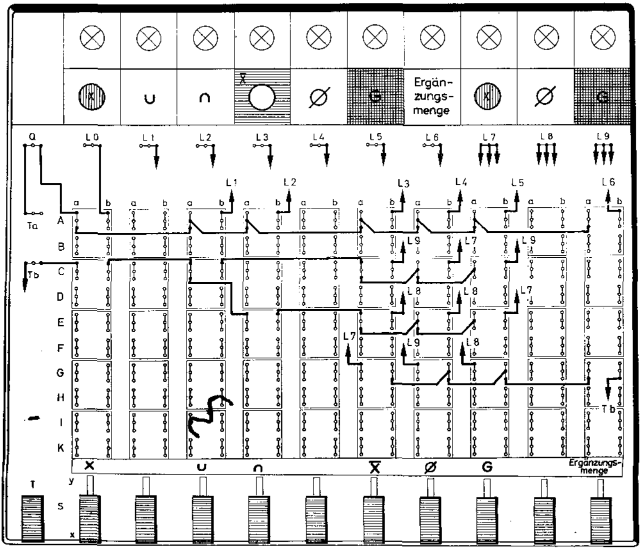


Schaltbild 65

Außerdem lernen Sie auf diese bildhafte Weise den Umgang mit den Venn-Diagrammen noch besser.
Sechs Grundgesetze der Mengenalgebra haben wir nun schon kennengelernt; sie alle sind im Programm 65 festgehalten. Ein siebtes erkannten wir bereits ganz zu Anfang, als es um die Ergänzungsmenge ging. Vierzehn weitere warten noch auf uns. Machen wir uns gleich dran!

11. Kurios: Die „Leere Menge"

Auch für die nächste Handvoll von Grundgesetzen haben wir Ihnen — im Programm 66 (Streifen „Grundgesetze 2") — eine kleine Lehrmaschine verdrahtet.



Schaltbild 66

Der Ordnung halber wiederholen wir das Grundgesetz noch einmal, das wir ganz zu Anfang erarbeitet haben, und das die Vereinigung von X und $\overline{X}$ betrifft;

Grundgesetz 7 M: $\boxed{X \cup \overline{X} = G}$

Da wir nun schon daran gewöhnt sind, die Vereinigung und den Durchschnitt gewissermaßen als Partner zu betrachten und immer paarweise auftreten zu lassen, wollen wir **uns** gleich überlegen, was sich ereignet, wenn X mit $\overline{X}$ geschnitten wird. Nach einigem Hin und Her werden Sie sich vermutlich am Kopf kratzen und sagen: Eigentlich passiert da gar nichts! Und damit hätten Sie völlig recht.

$\overline{X}$ haben wir ja zu Anfang so definiert, daß es die Ergänzungsmenge von X ist. Demzufolge können X und $\overline{X}$ überhaupt keine Mengenelemente gemeinsam haben. Genau

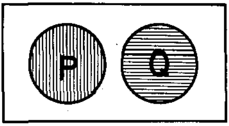
betrachtet, kann man die beiden überhaupt nicht schneiden, weil sie sich nirgends überschneiden. In der Mengenalgebra gibt es für diesen nicht möglichen Schnitt einen besonderen Begriff, der ziemlich sinnlos scheint, mathematisch aber gebraucht wird. Es ist der Begriff der sogenannten „Leeren Menge", geschrieben 0.
Wir möchten hier in aller Deutlichkeit sagen, daß wir die Wahl dieses Symbolzeichens ausgesprochen widersinnig finden. Denn dieses Zeichen gibt sonst im Sprachgebrauch den „Durchmesser", zuweilen sogar den „Durchschnitt" an, und Verwechslungen mit dem (auch nicht glücklicher benannten) „Durchschnitt" zweier geschnittener Mengen liegen auf der Hand.

Aber wir können nichts dagegen tun. So logisch die Mathematik an sich ist, so wenig sind es ihre Symboliker. Wir müssen, wenn wir uns nicht in Widerspruch zu zahlreichen Lehrbüchern setzen wollen, dieses Zeichen 0 für die „Leere Menge" verwenden.
Bei näherem Betrachten tritt diese „Leere Menge" auch im praktischen Leben öfter auf. Denken Sie bitte nur an eine Statistik, zum Beispiel an die Aufstellung unserer Gymnasiallehrer! Es könnte sein, daß es eine offizielle Liste gibt, in die Schulleitungen ihre Sprachlehrer einzutragen haben. Dort steht vielleicht auch der Begriff „Griechisch". Und weil bei der Schule, von der wir sprachen, kein Griechisch unterrichtet wird, muß dort der Direktor eine Null einsetzen oder einen Strich oder sonst etwas Verneinendes. Genau das wäre die „Leere Menge", weil in dieser Tabelle die vorgezeichnete Menge „Griechischlehrer" mit keiner Menge tatsächlich vorhandener Lehrer zum Schnitt zu bringen ist.

X mit seiner Ergänzungsmenge $\overline{X}$ geschnitten, ergibt also die Leere Menge. Als Grundgesetz hingeschrieben, sieht das so aus:

Grundgesetz 8 M: $\boxed{X \cap \overline{X} = \emptyset}$

Um nun gleich von vornherein einem Irrtum vorzubeugen: Diese Leere Menge ergibt sich nicht nur, wenn man X mit seiner Ergänzungsmenge X zu schneiden versucht. Bitte stellen Sie sich zwei Mengen P und 0 vor, die sich innerhalb der Grundmenge so verteilen:



Auch diese beiden können nie zum Schnitt kommen. Auch hier wäre also P n Q = 0. (Das vermerken wir aber nur am Rand, um Unklarheiten zu vermeiden. Mit den Grundgesetzen, mit denen wir uns im Augenblick beschäftigen, haben P und Q nichts zu tun.)
Wir bleiben noch ein wenig bei der Leeren Menge. Was passiert zum Beispiel, wenn man X mit der Leeren Menge vereinigt? Die Frage ist beinahe metaphysisch, denn man muß sich die Leere Menge als das große Nichts vorstellen, als einen schwarzen Fleck in der Landschaft, als eine Menge, die keinerlei Mengenelemente aufweist.
Was geschieht bei einer solchen Vereinigung?

Nichts. Wieder einmal absolut nichts. Eine Menge kann mit einer Menge, die es gar nicht gibt, beim besten Willen nicht geschnitten werden. Folglich entsteht wieder ein Nichts, wieder eine Leere Menge. Das Grundgesetz heißt demnach:

Grundgesetz 9 M: $\boxed{X \cap \emptyset = \emptyset}$

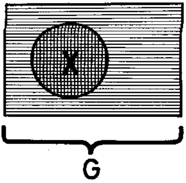
Immerhin könnte man versuchen, die Menge X mit der Leeren Menge zu vereinigen. Dann kommt zu dieser Leeren Menge wenigstens etwas hinzu, nämlich die Menge X. Mehr ist allerdings nicht festzustellen. Daraus ergibt sich ein weiteres Grundgesetz:

Grundgesetz 10 M: $\boxed{X \cup \emptyset = X}$

12. Grundgesetze mit der Grundmenge

Nun haben wir fürs erste genug von den leeren Geschichten. Wir wenden uns lieber dem Vollen zu, der Grundmenge, die alles umfaßt. Auch X selbst gehört ihr an, wie wir inzwischen wissen.

X mit der Grundmenge zu vereinigen, fällt nicht schwer — das X steckt in dieser Grundmenge ja schon drin:



So kann aus einer Vereinigung der Grundmenge und der Menge X auch nichts weiter entstehen als eben die Grundmenge. Das betreffende Grundgesetz heißt folglich:

Grundgesetz 11 M: $\boxed{X \cup G = G}$

Was geschieht, wenn man X mit der Grundmenge schneidet? Bei diesem „Schneiden" sucht man nach den Mengenelementen, die beiden Mengen — in diesem Fall der Menge X und der Grundmenge — gemeinsam sind. Auch hier ist der Fall klar: Alle Mengenelemente, die sowohl der Grundmenge als auch der Menge X gemeinsam sind, stecken in X drin. Der Durchschnitt ergibt also nicht mehr und nicht weniger als die Menge X. Das Grundgesetz heißt:

Grundgesetz 12 M: $$\boxed{X \cap G = X}$$

Diese sechs Grundgesetze der Mengenalgebra haben wir in den Schaltplan vom Lehrprogramm 66 aufgenommen.

13. Was ist die Ergänzungsmenge zur Ergänzungsmenge?

Außerdem sind in Schaltbild 66 drei weitere Grundgesetze hineinprogrammiert, die sich mit der Ergänzungsmenge beschäftigen. Auch sie muten ganz selbstverständlich an. Sie brauchen beim LOGIKUS nur den Schaltschieber für X oder für X, für G oder für die Leere Menge zu stellen, dazu den Schaltschieber „Ergänzungsmenge", und dann den Taster zu drücken. Schon leuchtet die Ergänzungsmenge zu der an den Schaltschiebern eingestellten Menge auf.

Daß die Ergänzungsmenge zu X schlicht X heißt, haben wir längst behandelt. Umgekehrt muß die Ergänzungsmenge zu X die Menge X sein. Auch das ist klar. Wenn man es nun ganz kompliziert machen will, kann man außerdem noch sagen: Wenn X die Ergänzungsmenge von X ist, dann ist X auch wieder die Ergänzungsmenge der Ergänzungsmenge. Diese Ergänzungsmenge der Ergänzungsmenge müßte man dann so schreiben: (X).

Die Mathematiker haben das auch als Grundgesetz festgehalten:

Grundgesetz 13 M: $$\boxed{\overline{(\overline{X})} = X}$$

Aussprechen müßte man das (wenn jemals jemand auf die Idee käme, es auszusprechen) konsequenterweise als „Nicht-Nicht X gleich X".

Zwei weitere Grundgesetze, die auch die Ergänzungsmenge betreffen, sind **ebenso** logisch. Zum Beispiel, daß die Ergänzungsmenge zur Grundmenge nur die **Leere** Menge sein kann. Denn die Ergänzungsmenge ist — so haben wir es gelernt — immer diejenige Menge, die bis zur vollen Grundmenge fehlt. Und da bei der Grundmenge bis zur Grundmenge gar nichts fehlt, kann man festhalten:

Grundgesetz 14 M: $$\boxed{\overline{G} = \emptyset}$$

Umgekehrt gilt: Was zur Leeren Menge noch fehlt, um die Grundmenge zu erreichen, ist die komplette Grundmenge selbst. Folglich ist die Ergänzungsmenge zur Leeren Menge die gesamte Grundmenge. Dieses Grundgesetz heißt also:

Grundgesetz 15 M: $$\boxed{\overline{\emptyset} = G}$$

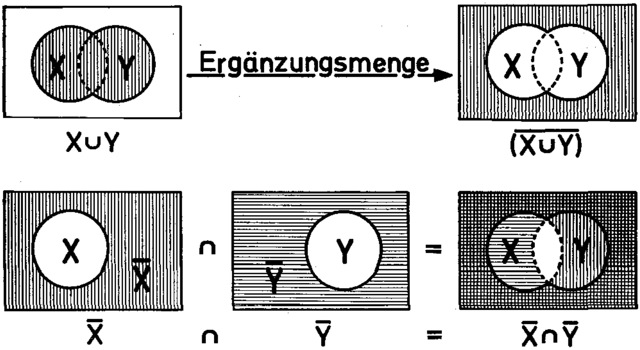
14. Herr de Morgan ist der Komplizierteste

Es gibt nur zwei Grundgesetze der Mengenalgebra, die ein bißchen komplizierter sind. Darum hat man sie auch mit dem Namen ihres Erfinders benannt; es sind die „de Morganschen Gesetze", und ihr geistiger Vater war Augustus de Morgan, ein Zeitgenosse, Freund und Bewunderer von George Boole:

Grundgesetz 16 M: $\boxed{\overline{(X \cup Y)} = \overline{X} \cap \overline{Y}}$

Grundgesetz 17 M: $\boxed{\overline{(X \cap Y)} = \overline{X} \cup \overline{Y}}$

Diese beiden Gesetze sind nicht auf Anhieb verständlich und durchschaubar. Man muß ein wenig mit den Venn-Diagrammen herumbasteln, um dahinterzukommen, daß sie logisch sind und zutreffen. Aber Sie sind ja nun schon ein erfahrener Mengenalgebraiker und können uns ohne Mühe folgen, wenn wir diese beiden Gesetze aus Venn-Diagrammen entwickeln. Zunächst versuchen wir es mit $\overline{(X \cup Y)} = \overline{X} \cap \overline{Y}$:

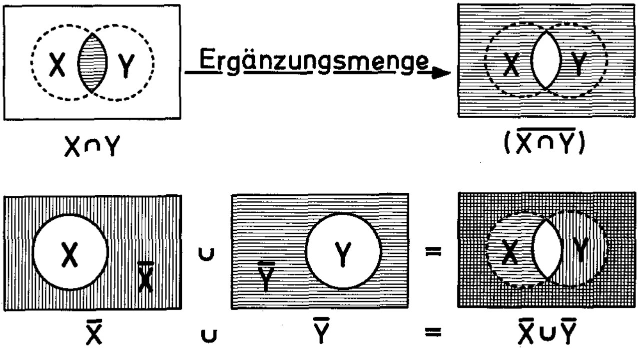


Der längsgestreifte Teil des Diagramms $(X \cup Y)$ in der oberen Reihe und der karierte Teil des Diagramms $X \cap Y$ in der unteren Reihe sind ganz offenbar gleichgroß. Daraus geht hervor, daß Herr de Morgan mit seiner Behauptung recht hatte.

Es fällt Ihnen leichter, dieses Problem zu verstehen, wenn Sie sich die Venn-Diagramme als Brettchen vorstellen. Sägen Sie $X \cup Y$ heraus — ein in der Mitte eingeschnürtes Oval. Was übrig bleibt, ist das Brett mit einem brillenförmigen Ausschnitt. Dieses Brett heißt jetzt $(X \cup Y)$.

Schwieriger ist die Form $\overline{X} \cap \overline{Y}$. X ist ein Brett mit einem Loch. Das Loch ist dort, wo das X sich befand. Auch Y ist ein gelöchertes Brett. Beide Brettchen übereinandergelegt — das ergibt $\overline{X} \cap \overline{Y}$. Nur das gilt, wo wirklich beide Brettchen sich schneiden, also übereinanderliegen. Und das ist nur in dem Bereich der Fall, der die vorhin erwähnte Brillenform umgibt.

Das zweite Gesetz von de Morgan ist praktisch nur eine Umkehrung des ersten: $\overline{(X \cap Y)} = \overline{X} \cup \overline{Y}$.

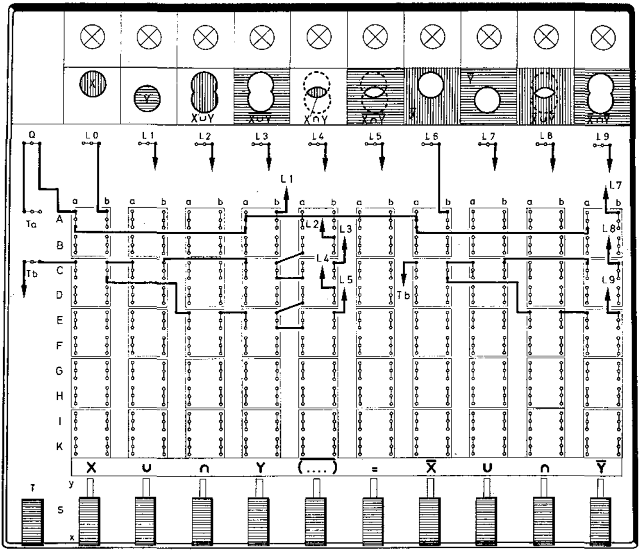


Wieder greifen wir zu den Brettchen. $\overline{(X \cap Y)}$ ist ein Brett, aus dem ein Orangenschnitz (nämlich das X n Y) herausgesägt ist. Ganz einfach.

$\overline{X}$ und $\overline{Y}$ sind wieder die Brettchen mit je einem Loch darin. Diesmal aber werden sie nicht geschnitten, sondern vereinigt. Das heißt: Alles Holz gilt, ob es nun einfach oder doppelt liegt. Was leer und durchsichtig bleibt, ist nur ein kleines Stück: das Orangenschnitzchen.

Damit Ihnen auch diese beiden Gesetze leichter vertraut werden (Sie brauchen sie später noch häufig), haben wir auch hier ein Lehrprogramm entwickelt (Schaltbild 67, Streifen „Grundgesetze 3"). Bei diesem Programm können Sie die de Morganschen Gesetze wirklich als Gleichung nachbilden. (Dies soll auch der Gleich-Strich bedeuten, den Sie auf dem Schaltschieberstreifen bei Ss sehen; schalttechnisch hat er keine Bedeutung.)

Auf S_0 bis S_4 läßt sich jeweils die linke Seite der Gleichung einstellen, auf S_0 bis S_9 die rechte. Zunächst können Sie zwischen S_o und S_3 die Vereinigung oder den Durchschnitt von X und Y einstellen. Der besseren Verständlichkeit wegen leuchten dabei X und Y auf. Wenn Sie dann den Taster drücken, zeigt Ihnen das aufflammende Feld das Bild der Vereinigung oder des Durchschnitts.



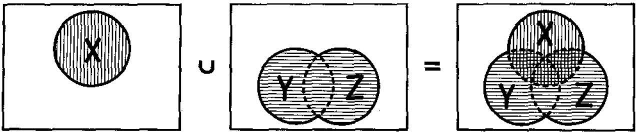
Schaltbild 67

Da bei de Morgans Gesetzen zu dieser Vereinigung oder zu diesem Durchschnitt noch die Ergänzungsmenge gefunden werden muß (nichts anderes bedeutet ja der lange waagerechte Strich über der Klammer), müssen Sie S_4 betätigen. Er läßt — in Verbindung mit dem Taster — die Ergänzungsmenge aufleuchten.

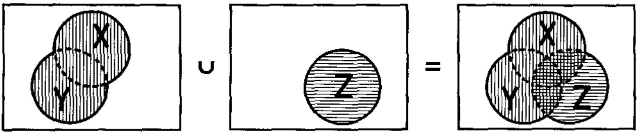
Auf der rechten Seite der Schaltschleberreihe, von S_6 bis S_9, können Sie nun die Vereinigung oder den Durchschnitt von X und Y herstellen. Wenn dann beim Drücken des Tasters links und rechts die gleichen Bilder aufleuchten, bedeutet das: Die Gleichung stimmt.

15. Die vier letzten Grundgesetze

Von den einundzwanzig Grundgesetzen der Mengenalgebra haben wir nun siebzehn schon durchgenommen. Vier Gesetze bleiben uns noch, und die sind überhaupt nicht schwierig. Ein Lehrprogramm haben wir dafür nicht entwickelt. Aber die dazugehörigen Venn-Diagramme sind aufgemalt, damit Sie selbst nachprüfen können, ob bei uns alles mit rechten Dingen zugeht:

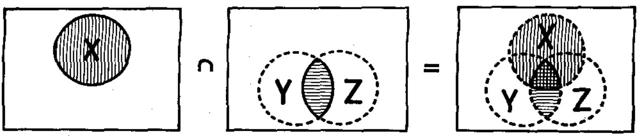


$$X \cup (Y \cup Z) = X \cup (Y \cup Z)$$

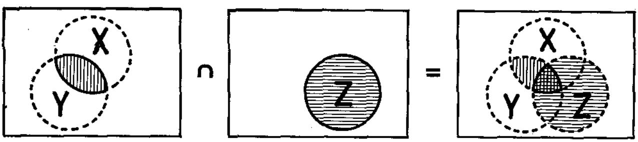


$$(X \cup Y) \cup Z = (X \cup Y) \cup Z$$

Grundgesetz 18 M: $\boxed{X \cup (Y \cup Z) = (X \cup Y) \cup Z}$

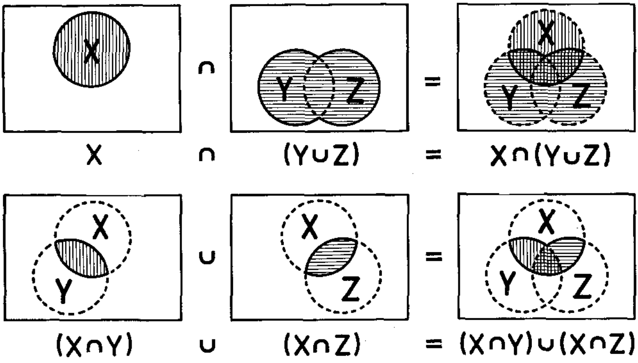


$$X \cap (Y \cap Z) = X \cap (Y \cap Z)$$

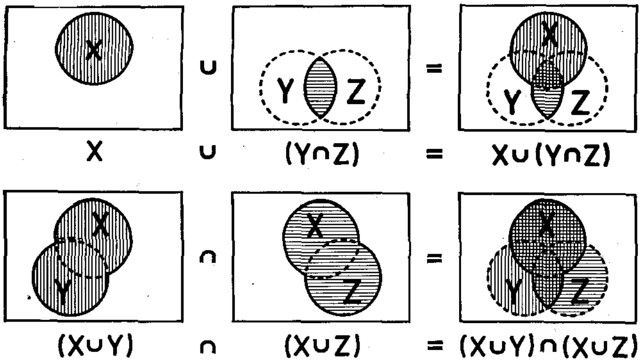


$$(X \cap Y) \cap Z = (X \cap Y) \cap Z$$

Grundgesetz 19 M: $\boxed{X \cap (Y \cap Z) = (X \cap Y) \cap Z}$



Grundgesetz 20 M: $\boxed{X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)}$



Grundgesetz 21 M: $\boxed{X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)}$

16. Die Mengenalgebra ist komplett

Wie sich das in einem ordentlichen Handbuch gehört, stellen wir Ihnen hier sämtliche Grundgesetze der Booleschen Algebra noch einmal als Übersicht zusammen. Sie. werden entdecken, daß die meisten dieser Gesetze ihre eigenen Bezeichnungen haben. Auch die schreiben wir dazu, obwohl sie — unter uns gesagt — nur akademischen Wert haben. Wichtiger sind die Nummern, die wir jeweils dazugesetzt haben *, denn auf diese Nummern werden wir uns auf den kommenden Seiten hier und da beziehen. Oder dachten Sie etwa, wir seien, weil wir nun die Grundgesetze der Mengenalgebra durchexerziert haben, schon fertig mit der Booleschen Algebra? Ganz im Gegenteil. Jetzt geht es erst richtig los, denn jetzt wollen wir Ihnen erzählen, was Sie mit dieser Booleschen Algebra beim Programmieren Ihres LOGIKUS praktisch anfangen können.

Die Grundgesetze der Mengenalgebra

(1 M)	$X \cup Y = Y \cup X$	Gesetze der Kommutativität
(2 M)	$X \cap Y = Y \cap X$	
(3 M)	$X \cup X = X$	Gesetze der Tautologie oder Idempotenz
(4 M)	$X \cap X = X$	
(5 M)	$X \cup (X \cap Y) = X$	Gesetze der Adjunktivität (oder Absorptionsgesetze)
(6 M)	$X \cap (X \cup Y) = X$	
(7 M)	$X \cup \overline{X} = G$	Gesetze für das Komplement
(8 M)	$X \cap \overline{X} = \emptyset$	
(9 M)	$X \cap \emptyset = \emptyset$	Gesetze für Operationen mit Grundmenge und Leerer Menge
(10 M)	$X \cup \emptyset = X$	
(11 M)	$X \cup G = G$	
(12 M)	$X \cap G = X$	
(13 M)	$\overline{(\overline{X})} = X$	Gesetz des doppelten Komplements
(14 M)	$\overline{G} = \emptyset$	Gesetze für Operationen mit Grundmenge und Leerer Menge
(15 M)	$\overline{\emptyset} = G$	
(16 M)	$\overline{(X \cup Y)} = \overline{X} \cap \overline{Y}$	de Morgans Gesetze
(17 M)	$\overline{(X \cap Y)} = \overline{X} \cup \overline{Y}$	
(18 M)	$X \cup (Y \cup Z) = (X \cup Y) \cup Z$	Gesetze der Assoziativät
(19 M)	$X \cap (Y \cap Z) = (X \cap Y) \cap Z$	
(20 M)	$X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$	Gesetze der Distributivität
(21 M)	$X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$	

* Die Reihenfolge dieser Nummern haben wir **willkürlich** gewählt. Lassen Sie sich nicht irremachen, wenn Sie in Lehrbüchern andere Reihenfolgen der Grundgesetze findenl Dafür gibt es keine Norm - das macht jeder, wie er mag.

Zwischenbemerkung

So, wie wir es auf den letzten Seiten exerziert haben, wird heutzutage an den Gymnasien Mengenalgebra gelehrt. So oder ähnlich — die symbolischen Zeichen sind nicht ganz einheitlich. Das macht uns aber nichts aus. Wir verabschieden uns ohnedies von ihnen. Denn sie sind nicht sehr brauchbar, wenn man damit lange Rechnungen aufstellen will. Das aber müssen wir auf den folgenden Seiten tun.

Es geht uns auch nicht darum, in der Abteilung „Mengenlehre" weiterzustudieren, denn wir sind ja keine Mengenmathematiker, sondern LOGIKUS-Spezialisten. Deshalb wollen wir uns nun gleich einem anderen Zweig der Booleschen Algebra zuwenden, der wie für den LOGIKUS gemacht zu sein scheint. Wir meinen die „Schaltalgebra".

Dazu brauchen wir alle einundzwanzig Grundgesetze, die wir in der Mengenalgebra erarbeitet haben. Und nun wissen Sie auch, warum wir uns überhaupt so gründlich und ernsthaft mit ihnen beschäftigt haben. Sie gelten nämlich auch für die Schaltalgebra; das werden wir mit Hilfe des LOGIKUS sogar höchst wissenschaftlich zu beweisen versuchen. Auch die Venn-Diagramme werden wir hier und da noch brauchen.

Aber von den Symbolzeichen für die arithmetischen Verknüpfungen, zum Beispiel von den nach unten und oben geöffneten Bögen, werden wir uns zugunsten handlicherer Symbole verabschieden. Auch die schräg durchgestrichene Null als Symbol für die Leere Menge (die im übrigen gar keine Null sein soll, sondern der skandinavische Buchstabe Ø, den man zum Beispiel im Wort Øre findet), auch diese ϕ werden wir ohne Trauer ziehen lassen.

Wir können uns einfacherer Zeichen bedienen — Sie werden schon sehen!

Zehntes Kapitel: Die Schaltalgebra

Auf den nächsten Seiten werden wir Ihnen erzählen, warum die Boolesche Algebra für uns so wertvoll ist. Sie hat sich nämlich als eine besonders praktische Hilfe beim Programmieren von Computerschaltungen erwiesen. Die mathematischen Begriffe der Booleschen Algebra lassen sich sofort, ohne irgendeine Übersetzung, als elektrische Schaltungen darstellen. Man spricht dann allerdings nicht mehr von „Mengenalgebra", sondern von „Schaltalgebra". Weil unser LOGIKUS — in aller Bescheidenheit — doch auch ein Computer ist, können wir die Gleichungen der Booleschen Algebra direkt als Programmieranleitungen verwenden. Wir zeigen Ihnen gleich, wie einfach das ist.
Wenn man sich jetzt noch überlegt, daß Mr. Boole hundert Jahre vor dem ersten Computer gelebt hat, dann merkt man erst so recht, wie weit ein Genie seiner Zeit voraus sein kann.

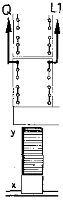
1. Aus Mengen werden Schalter

Wie kommen wir nun von der „Mengen"-Algebra zur „Schalt-Algebra?
Ganz einfach. Wie die Wörter „Mengen"-Algebra und „Schalt-Algebra schon aussagen, ersetzen wir jede Menge durch einen Schalter (oder — auf den LOGIKUS angewandt— durch einen Schaltschieber mit den zugehörigen Schalterelementen).
Bisher haben wir mit Mengen gerechnet, die A, B und C oder X, Y und Z hießen. Statt dessen operieren wir nun mit unseren Schaltschiebern, denen wir zu diesem Zweck ganz nach Belieben kleine Buchstaben geben: a, b und c oder x, y und z.
Es ist nicht unsere Erfindung, den Mengen die großen und den Schaltern die kleinen Buchstaben zu geben. Das hat sich international so eingebürgert. (Wir dürfen uns nur nicht dadurch verwirren lassen, daß unser LOGIKUS schon aufgeprägte Buchstaben trägt: Große Buchstaben von A bis K an der linken Seite des Programmierfeldes, die kleinen Buchstaben a und b am oberen Rand — und dann noch x sowie y an den Schaltschiebern. Diese Buchstaben haben mit den Bezeichnungen der Mengen- und der Schaltalgebra nichts, aber auch gar nichts zu tun.)

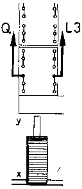
Schön und gut, werden Sie sagen. Eine Menge wird durch einen Schalter dargestellt — nun ja. Wie aber, bitte schön, stellt man die jeder Menge nun einmal zugehörige Ergänzungsmenge dar?

Auch das ist kein Problem. Die Ergänzungsmenge ist doch — primitiv gesagt — das Gegenteil der Menge, ihre Umkehrung, ihre Negation.

Nun, und mit Negationen hatten wir es beim LOGIKUS ja schon zu tun. Eine Negation bekamen wir immer dann, wenn wir die Drähte so stöpselten, daß Strom nicht bei Schaltschieberstellung y floß, sondern bei Schaltschieberstellung x:



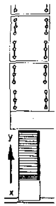
Normale Schaltung



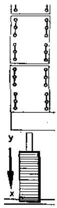
Negations-schaltung

Man stellt ganz einfach eine Menge A durch einen Schalter a dar — und die zugehörige Ergänzungsmenge A durch die Negationsstellung des Schalters a. Diese Negationsstellung nennt man a' (gesprochen „a Strich").

Die Schaltschieber des LOGIKUS werden also, wenn wir es mit einer Menge und mit ihrer Ergänzungsmenge zu tun haben, als Umschalter benutzt — wie wir das schon häufiger getan haben. In Schaltstellung y stellen sie die Menge dar, in Schaltstellung x die zugehörige Ergänzungsmenge:

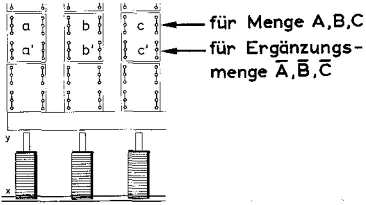


Schaltschieber-stellung für „Menge"

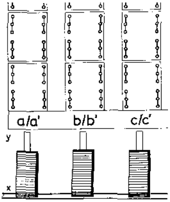


Schaltschieber-stellung für „Ergänzungsmenge"

Angenommen, wir hätten es mit den drei Mengen A, B und C (sowie den zugehörigen Ergänzungsmengen A, B und C) zu tun, dann könnten wir sie auf dem Schaltfeld des LOGIKUS durch die Schalterelemente darstellen, die wir hier mit den kleinen Buchstaben a, b und c sowie a', b' und c' markiert haben:



Die Frage ist nun, wie man die Schaltschieber bezeichnen soll. Mit kleinen Buchstaben, das sagten wir schon. Man könnte sie also einfach a, b, c und so weiter nennen. Aber das würde der Situation nicht gerecht, denn die Schaltschieber sind ja nicht nur für die Schaltstellungen a, b, c da, sondern auch für deren Negationen a' b' c'. Deshalb werden wir den Schaltschiebern Doppelbezeichnungen geben: a/a', b/b', c/c' und so weiter.

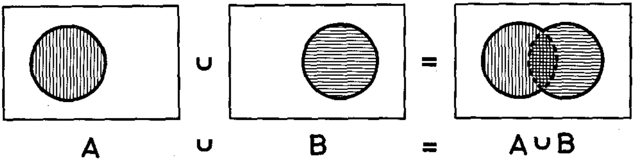


Für unsere ersten Versuche auf dem LOGIKUS haben wir einen Schaltschieberstreifen vorbereitet (Boole 1 a), der zweimal die drei Bezeichnungen a/a', b/b' und c/c' trägt So können wir gleichzeitig zwei verschiedene Schaltungen aufbauen und untersuchen.

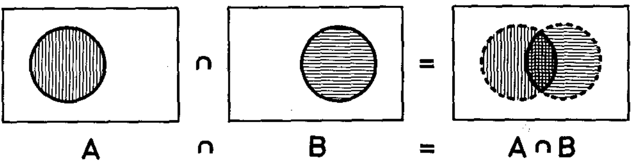
2. Von der „Vereinigung" zum „Oder"

Daß wir es nun nicht mehr mit Mengen, sondern mit Schaltern zu tun haben, hat Ihnen inzwischen eingeleuchtet. Auch wie die Ergänzungsmenge in der Schaltalgebra aussieht — nämlich als Schalt-Negation — wissen Sie schon. Aber wie kann man mit diesen Schaltern eine Vereinigung darstellen? Und wie einen Durchschnitt?
Um Ihnen das klarzumachen, müssen wir noch einmal auf unsere alten, lieben Mengenelemente zurückgreifen. Sie erinnern sich? Das sind die Einzelbestandteile, aus denen sich jede Menge zusammensetzt. (Bei unserem allerersten Beispiel waren es die Gymnasiallehrer.)

Eine Vereinigung der Menge A mit der Menge B sieht doch so aus:



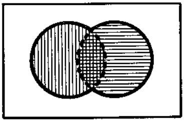
Zu der Vereinigung A U B gehören alle Elemente, die sich auf dem gestreiften Gebiet herumtreiben — egal, ob längsgestreift *oder* quergestreift *.
Anders ist es beim Durchschnitt:



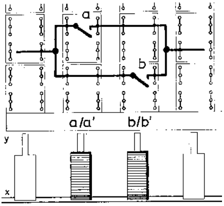
Zur Durchschnittsmenge A ∩ B gehören nur solche Elemente, die sich auf dem kleinen längs- *und* quergestreiften Gebiet befinden **.
Und nun, lieber Leser, holen Sie bitte tief Luft und denken Sie scharf nach. Von *und* sowie von *oder* sprachen wir schon im ersten LOGIKUS-Handbuch, beim Beispiel von den ausgebuchten und überbuchten Plätzen im Flugzeug. Erinnern Sie sich noch?
Alle LOGIKUS-Schaltungen (überhaupt alle Computer-Schaltungen) sind weitgehend aus Und- sowie Oder-Schaltungen zusammengesetzt. Und Sie ahnen jetzt natürlich schon, daß eine Vereinigung in der Mengenalgebra einer Oder-Schaltung entspricht, ein Durchschnitt hingegen einer Und-Schaltung.
Ist das nicht großartig?
Auf der nächsten Seite haben wir die entsprechenden Darstellungen aufgezeichnet. Bitte beachten Sie, daß wir rechts nicht Schaltbilder zum Stöpseln gezeichnet haben, sondern Skizzen des Stromlaufs mitsamt den Schaltern a und b. (Schaltbilder und Stromlauf-Skizzen sind zwar fast das gleiche, aber doch nicht ganz. Jedoch können Sie aus einer Stromlauf-Skizze mit Leichtigkeit einen Schaltplan machen.)

* Bitte beachten Sie den feinen Unterschied, den unsere Sprache zwischen den beiden „Oder" macht in „entweder - oder" und in „oder auch". Hier ist nur das „oder auch" gemeint.

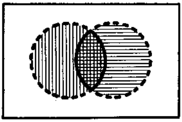
** Auch das „Und" hat in unserer Sprache verschiedene Bedeutungen: „einerseits - andererseits" sowie „und gleichzeitig .. .". Hier ist das echte „Und", nämlich „und gleichzeitig . . ." gemeint.



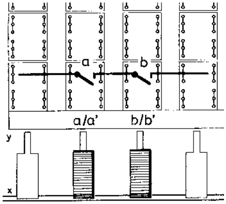
Vereinigung



Oder - Schaltung



Durchschnitt



Und - Schaltung

Jetzt müssen wir Ihnen noch berichten, daß die Formelsprache der Mengen- und der Schaltalgebra nicht nur dadurch unterschieden ist, daß man bei den Mengen große Buchstaben verwendet, bei den Schaltern hingegen kleine. Auch die nach unten oder oben offenen Bögen von Durchschnitt und Vereinigung verschwinden jetzt, denn statt „geschnitten" und „vereinigt" sagt man jetzt „und" beziehungsweise »oder". Dazu verwendet man aber keine Bögen als Symbole, sondern schlichte Verknüpfungszeichen aus der alltäglichen Algebra: Das Kreuzchen (+) und den Punkt (•).
Das Kreuzchen verwendet man als Symbol für „oder", den Punkt als Symbol für „und". Oft läßt man bei „Und"-Verknüpfungen den Punkt auch ganzweg und schreibt die Buchstaben direkt hintereinander. (In der normalen Algebra ist das beim Multiplizier-Punkt ja ähnlich: Man kann ihn auch weglassen.)

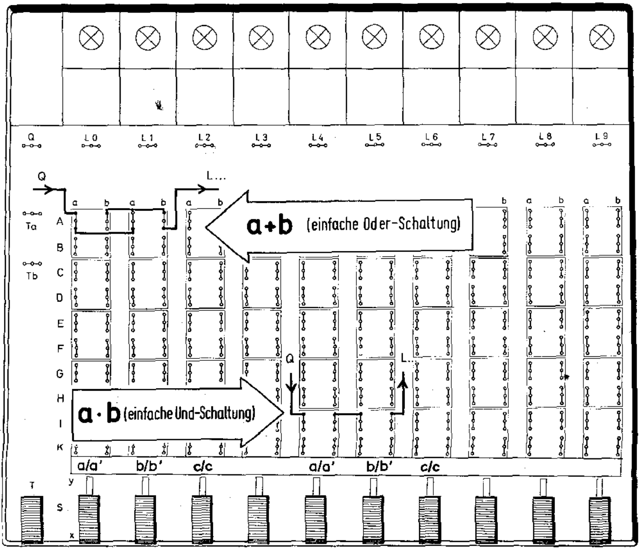
Zugegeben: Auch bei der Schaltalgebra ist die Anwendung der Symbole ein wenig verwirrend, denn das Plus-Kreuzchen, das hier für „oder" steht, wird von vielen Leuten „und" gesprochen. Das gibt dann Verwechslungen mit dem Punkt, der in der Schaltalgebra „und" bedeutet.
Aber es hilft nichts: Sie müssen sich an diese neuen Bezeichnungen gewöhnen, wenn wir auf den folgenden Seiten miteinander und mit der Schaltalgebra gut auskommen wollen. Wir empfehlen Ihnen, zu dem Kreuzchen auch beim normalen Rechnen nie mehr „und", sondern nur noch „plus" zu sagen — beziehungsweise es, wenn Sie sich in den sprachlichen Gebilden der Schaltalgebra bewegen, „oder" zu nennen.

Hier die unterschiedlichen Symbole noch einmal in Kurzfassung, zum Einprägen:

A ∪ B entspricht a + b (gesprochen „a oder b")

A ∩ B entspricht a * b (bzw. ab, gesprochen „a und b")

In Schaltbild 68 (Streifen „Boole 1 a") haben wir eingezeichnet, wie sich ein a + b beziehungsweise ein a * b fertig gestöpselt auf dem LOGIKUS ausnimmt. Ziemlich primitiv, nicht wahr?



Schaltbild 68

Aber bald wird's sehr viel spannender.

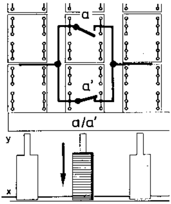
3. Schon wieder zwei Grundgesetze

Auf Seite 79 hatten wir festgestellt, daß X ∪ X = G sei. Wir hatten diese Erkenntnis sogar als siebtes Grundgesetz der Mengenalgebra festgehalten.

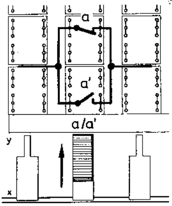
In der Schaltalgebra gilt dieses Grundgesetz genauso. Nur schreibt man es anders, nämlich

Grundgesetz 7 S: $\boxed{a + a' = 1}$

Die „1" ist Ihnen neu. Sie tritt bei der Schaltalgebra an die Stelle des G, der Grundmenge in der Mengenalgebra. Sonst nichts? Oh doch! Diese „1" hat keine Bedeutung als Zahl. Auch sie ist nur ein Symbol, und zwar bedeutet sie: „Strom fließt". (Hingegen bedeutet eine 0, daß kein Strom fließt. Aber das kriegen wir später.)
Für dieses $a + a' = 1$ können wir eine Schaltskizze zeichnen. Die sieht so aus:



beziehungsweise

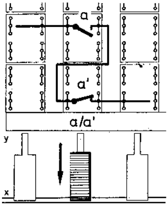


Weil a und a' immer nur die beiden Schaltstellungen eines Umschalters darstellen — wie zum Beispiel bei den Schaltschiebern des LOGIKUS —, ist einer von beiden immer in Stellung „Strom kann durch" (und einer ist immer gesperrt). Wie in solch einer Oder-Schaltung der Schalter a/a' auch stehen mag — stets kommt Strom durch. Daran ist nichts zu ändern.

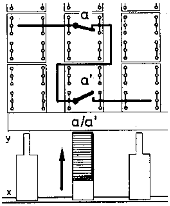
Schon bei der Mengenalgebra hatten wir uns angewöhnt, sobald eine „Vereinigung" auftaucht, gleich auch nach dem „Durchschnitt" zu fragen. So wollen wir's auch hier halten. Mit dem $a + a'$ haben wir uns beschäftigt. Wie sieht es beim $a \cdot a'$ aus?
Wenn auch hier das Grundgesetz der Mengenalgebra gelten soll (in diesem Fall wäre es das achte), dann müßte $a \cdot a' = 0$ sein. Diese 0 gibt es aber in der Schaltalgebra nicht An ihrer Stelle schreibt man eine runde, leere Null. Die bedeutet, was wir vorhin schon sagten, daß kein Strom fließen kann. Schreiben wir also dieses Grundgesetz in der Sprache der Schaltalgebra hin

Grundgesetz 8 S: $\boxed{\mathbf{a \cdot a' = 0}}$

und versuchen wir, dazu eine Schaltskizze zu machen:

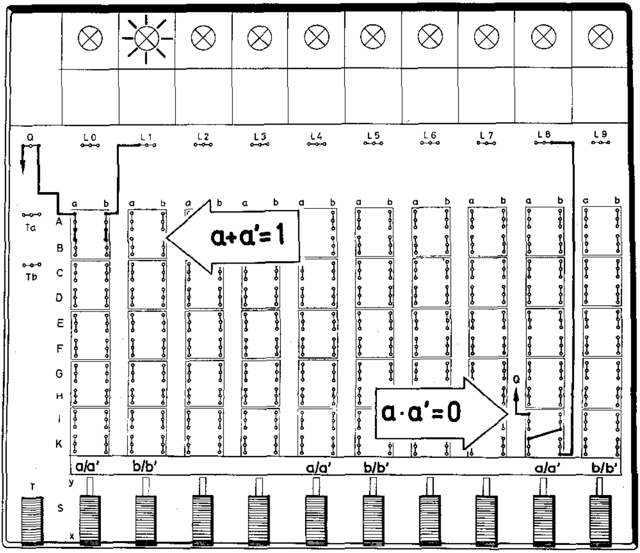


beziehungsweise



Man sieht es auf den ersten Blick: Da a' immer das Gegenteil von dem tut, was a anstellt, kann hier überhaupt nie Strom fließen, denn sobald sich der eine Teil des Schalterpaares a/a' schließt, öffnet sich der andere ja automatisch.

Nun wollen wir noch die beiden Gleichungen a + a' = 1 sowie a • a' = 0 auf den LOGIKUS übertragen, was uns weiter keine Schwierigkeiten macht (Schaltbild 69). Auch hier Ist es natürlich ebenso wie in unseren Schaltzeichnungen: In einem Fall fließt immer Strom: L_1 brennt stets. L_8 aber bleibt ungerührt dunkel — egal, was wir mit S_8 anstellen. (Wir benützen hier den Schaltschieberstreifen „Boole 1".)



Schaltbild 69

4. Wir beweisen die Schaltalgebra

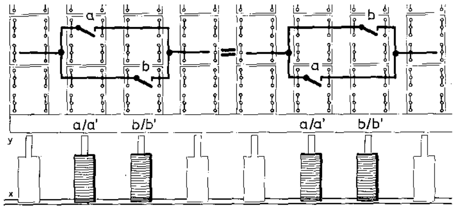
Nachdem sich zwei Grundgesetze der Mengenalgebra so prächtig und ohne jede Mühe in die Schaltalgebra und damit auf den LOGIKUS übertragen ließen, wollen wir es natürlich mit den restlichen 19 Grundgesetzen ebenfalls versuchen. Sollte es uns gelingen, jedes dieser Grundgesetze auf dem LOGIKUS nachzuvollziehen, so hätten wir damit einwandfrei den Beweis erbracht, daß die Mengenalgebra und die Schaltalgebra den gleichen Gesetzen gehorchen. (Kluge Leute sagen, solche Algebren — worunter man die Mehrzahl von „Algebra" zu verstehen hat — seien einander „isomorph".)

Um uns das Hin- und Herblättern zu ersparen, schreiben wir die Grundgesetze der Mengenalgebra, wie wir sie auf Seite 88 zusammengestellt haben, hier noch einmal hin. Nur setzen wir daneben auch gleich die Schreibweise der Schaltalgebra. Das macht uns ja inzwischen keine Schwierigkeiten mehr.

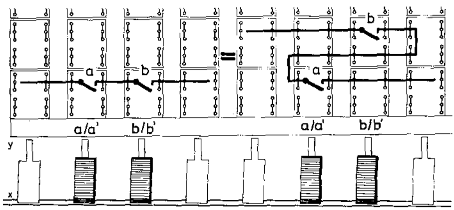
Die Grundgesetze der Mengenalgebra und der Schaltalgebra

(1 M)	$X \cup Y = Y \cup X$	(1 S)	$a + b = b + a$
(2 M)	$X \cap Y = Y \cap X$	(2 S)	$a \cdot b = b \cdot a$
(3 M)	$X \cup X = X$	(3 S)	$a + a = a$
(4 M)	$X \cap X = X$	(4 S)	$a \cdot a = a$
(5 M)	$X \cup (X \cap Y) = X$	(5 S)	$a + (ab) = a$
(6 M)	$X \cap (X \cup Y) = X$	(6 S)	$a(a + b) = a$
(7 M)	$X \cup \overline{X} = G$	(7 S)	$a + a' = 1$
(8 M)	$X \cap \overline{X} = \emptyset$	(8 S)	$a \cdot a' = 0$
(9 M)	$X \cap \emptyset = \emptyset$	(9 S)	$a \cdot 0 = 0$
(10 M)	$X \cup \emptyset = X$	(10 S)	$a + 0 = a$
(11 M)	$X \cup G = G$	(11 S)	$a + 1 = 1$
(12 M)	$X \cap G = X$	(12 S)	$a \cdot 1 = a$
(13 M)	$\overline{(\overline{X})} = X$	(13 S)	$(a')' = a$
(14 M)	$\overline{G} = \emptyset$	(14 S)	$1' = 0$
(15 M)	$\overline{\emptyset} = G$	(15 S)	$0' = 1$
(16 M)	$\overline{(X \cup Y)} = \overline{X} \cap \overline{Y}$	(16 S)	$(a + b)' = a'b'$
(17 M)	$\overline{(X \cap Y)} = \overline{X} \cup \overline{Y}$	(17 S)	$(ab)' = a' + b'$
(18 M)	$X \cup (Y \cup Z) = (X \cup Y) \cup Z$	(18 S)	$a + (b + c) = (a + b) + c$
(19 M)	$X \cap (Y \cap Z) = (X \cap Y) \cap Z$	(19 S)	$a(bc) = (ab)c$
(20 M)	$X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$	(20 S)	$a(b + c) = (ab) + (ac)$
(21 M)	$X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$	(21 S)	$a + (bc) = (a + b)(a + c)$

Das siebte und achte Grundgesetz haben wir bereits gewissermaßen elektrisch bewiesen. Wollen wir es jetzt mit dem ersten und zweiten versuchen?
Als Schaltskizze sieht das so aus:



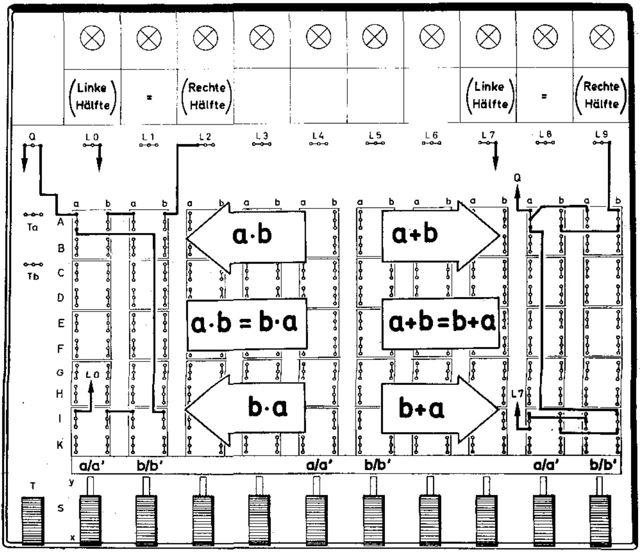
Grundgesetz 1 S: $\boxed{a + b = b + a}$



Grundgesetz 2 S: $\boxed{a \cdot b = b \cdot a}$

Wie programmiert man das beweiskräftig? Wir haben uns dafür einen Weg ausgedacht: Wir zerlegen die Gleichungen, aus denen diese Grundgesetze bestehen, in ein© linke und eine rechte Hälfte — gerade so, wie sie durch den Gleichheitsstrich getrennt werden. Beide Hälften jeder Gleichung bauen wir auf dem LOGIKUS als Schaltung auf, und zwar an verschiedenen Schalterpaaren, die aber vom gleichen Schaltschieber bedient werden. Wenn die Grundgesetze der Mengenalgebra wirklich gleich denen der Schaltalgebra sein und folglich auch für den LOGIKUS gelten sollten — dann muß bei beiden Schaltungen immer der jeweils gleiche Effekt auftreten, wie die Schaltschieber auch stehen. Denn es handelt sich ja um die beiden Hälften einer Gleichung.
Wir brauchen also nur von jeder der beiden Schaltungen einen Draht zu je einem Lämpchen zu ziehen. Wenn beide wirklich gleich sind, müssen die beiden Lämpchen stets zu gleicher Zeit brennen oder verlöschen, je nachdem, wie wir die Schaltschieber bewegen. Wenn nur in einem einzigen Fall das eine Lämpchen ohne das andere auf-

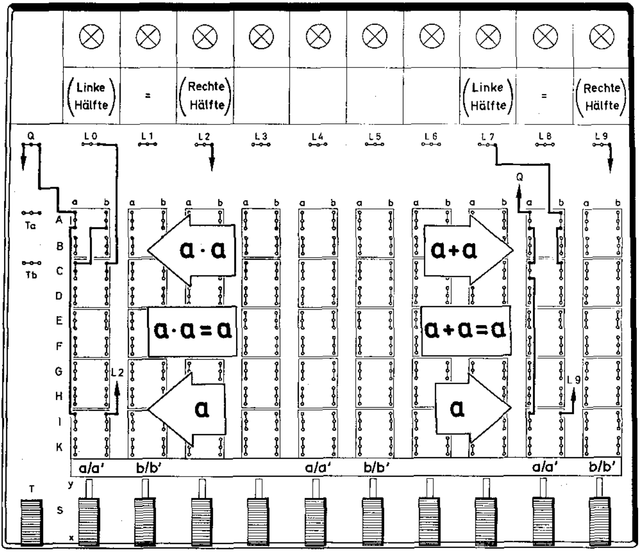
leuchtet oder verlischt, so ist erwiesen, daß die Grundgesetze der Mengenalgebra nicht komplett für die Schaltalgebra zutreffen.
Lassen Sie's uns versuchen! In Schaltbild 70 haben wir die beiden Grundgesetze a + b = b + a und a • b — b • a verdrahtet. In beiden Fällen besteht der Unterschied der beiden Gleichungshälften nur darin, daß einmal das a vor dem b, das zweite Mal das b vor dem a steht. Wir schalten das, indem wir einmal den Strom von Q über a und b, das andere Mal in umgekehrter Richtung über b und a führen. Selbstverständlich ist der Effekt in beiden Fällen derselbe. Die Gleichung ist also auch auf dem LOGIKUS gültig.



Schaltbild 70

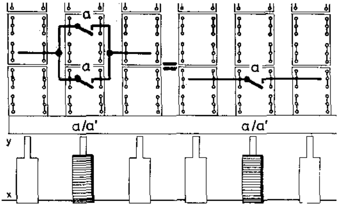
5. Quadrate gibt es nicht

Mit dem dritten und vierten Grundgesetz befassen wir uns in dem Programm, das in Schaltbild 71 festgehalten ist.
Hier, bei der Schaltalgebra und ihren uns vertrauteren Rechensymbolen, wird es noch klarer als bei der Mengenalgebra, daß doch Unterschiede zum herkömmlichen Rechnen bestehen, a • a = a — das würde in der normalen Zahlenalgebra a^2 ergeben. Oder denken Sie an a + a — das würde nach unseren herkömmlichen Rechenmethoden 2a und nicht nur a ergeben. Aber die Boolesche Algebra ist nun einmal besonders

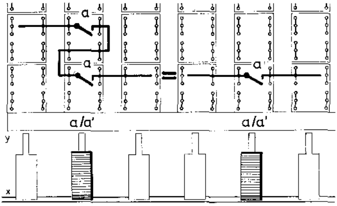


Schaltbild 71

schlicht und einfach. Quadrate oder andere Potenzzahlen treten nicht auf. Auch mit normalen Zahlen wie 2 oder 3 läßt sich nichts anfangen.
Die Schaltskizzen zeigen das auf den ersten Blick:

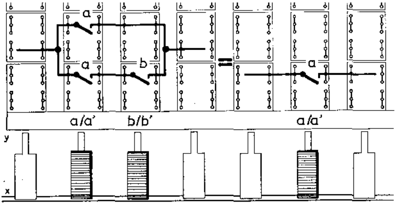


Grundgesetz 3 S: $\boxed{a + a = a}$

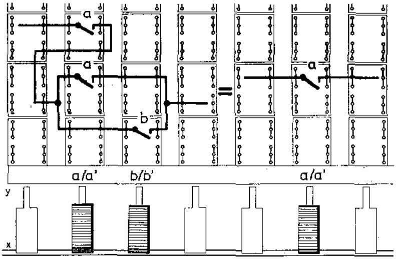


Grundgesetz 4 S: $\boxed{a \cdot a = a}$

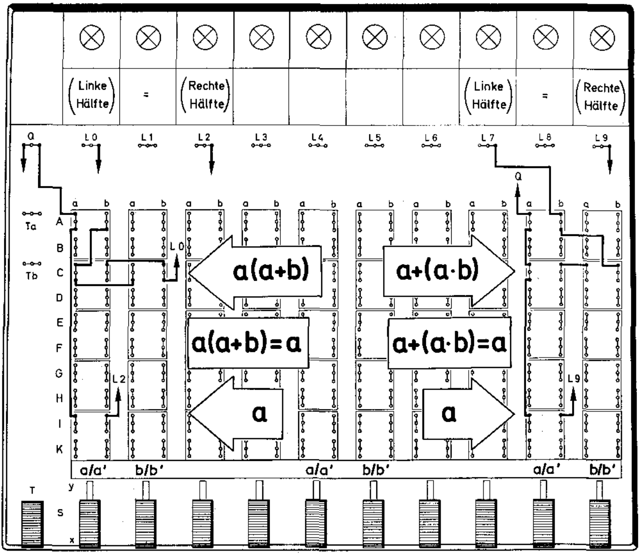
Auch das fünfte und sechste Grundgesetz stellen uns vor keine Installationsschwierigkeiten. Die Schaltskizze zeigt uns die elektrische Logik der beiden Gleichungen:



$\boxed{a + (a \cdot b) = a}$



Grundgesetz 6 S: $\boxed{a\,(a + b) = a}$



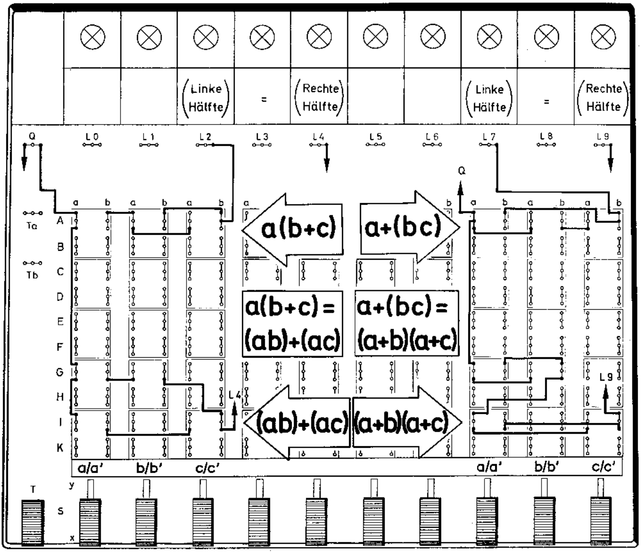
Schaltbild 72

Und der LOGIKUS liefert uns auf Schaltbild 72 den elektrischen Beweis dafür, **daß** es sich auch schaltalgebraisch um Gleichungen handelt.

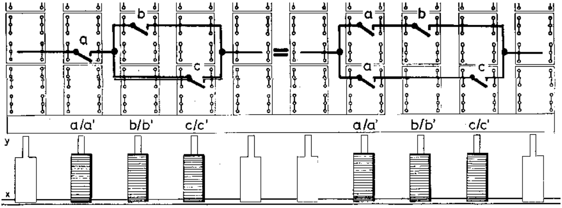
6. Die algebraische Bedienungsanleitung

Für die Grundgesetze 18 S und 19 S haben wir Ihnen kein Programm gemacht. Bei beiden besteht innerhalb der Schaltalgebra zwischen der jeweils linken und rechten Hälfte der Gleichung ja nicht der geringste Unterschied; die Klammer könnte glatt wegbleiben.

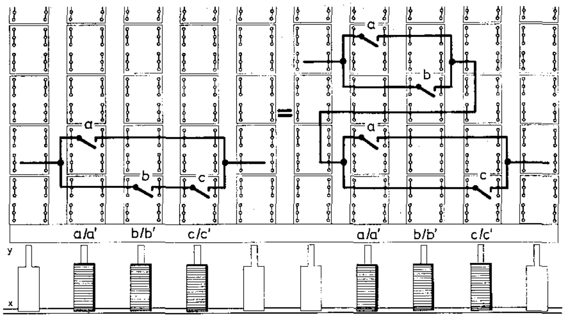
Natürlich sind diese beiden Grundgesetze auch in der Schaltalgebra nicht falsch, aber sie sind doch unnötig. Anders steht es mit den Grundgesetzen 20 S und 21 S. Für diese beiden haben wir Ihnen eine Schaltskizze und das Schaltbild 73 vorbereitet.



Schaltbild 73



Grundgesetz 20 S: $\boxed{a\,(b + c) = (ab) + (ac)}$



Grundgesetz 21 S: $$\boxed{\mathbf{a + (bc) = (a + b)(a + c)}}$$

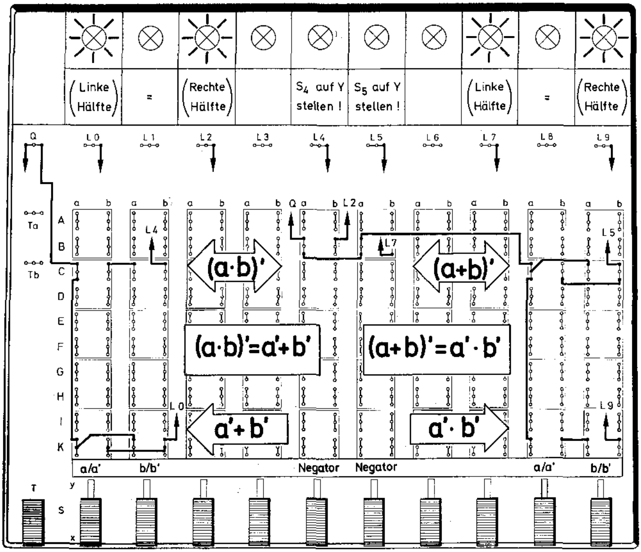
Bei beiden programmierten Grundgesetzen, sowohl beim 20. wie auch beim 21., können Sie übrigens sehr schön erkennen, wie das „Und" sowie das „Oder", die hier schaltalgebraisch gebraucht werden, auch sprachlich am Platz sind. So heißt die rechte Hälfte der Gleichung, die das 20. Grundgesetz ausmacht, doch „ab + ac", gesprochen „a *und b oder* a *und* c". An den Schaltschiebern können Sie es ausprobieren: Wenn Sie den Schieber für a *und* den für b *oder* aber den für a *und* den für c betätigen, brennen die Lämpchen.

Ähnlich ist es bei der Gleichung für das 21. Grundgesetz. Dort gilt (linke Hälfte der Gleichung), daß Sie den Schalter für a *oder* den für b *und* für c betätigen müssen, damit das Lämpchen leuchtet. Also: „a *oder* b *und* c", algebraisch geschrieben „a + b c". Die Sprache der Schaltalgebra ist gleichzeitig die Bedienungsanleitung.
Ist das nicht herrlich einfach?

7. Wir erfinden den „Negator"

Um Herrn de Morgans Grundgesetze — die Grundgesetze 16 und 17 — auf dem LOGIKUS nachzubilden, müssen wir zu einem Trick greifen. Das hängt nicht mit Herrn de Morgan, sondern nur mit dem LOGIKUS zusammen. Der nämlich hat kein automatisches Negationsglied, mit dem man Summen oder Produkte oder andere zusammengesetzte algebraische Ausdrücke in Negation setzen könnte. Normalerweise braucht er das auch nicht. Nur für Herrn de Morgan sollte er es haben, denn hier gilt es, einmal ein (a + b) und das andere Mal ein (a • b) in Negation zu setzen.

Es hilft nichts: Wir müssen uns eine Vorrichtung bauen, bei der Sie selbst die Funktion des automatischen Negierens übernehmen. Auf Schaltbild 74 haben wir eingezeichnet, wie das geht, und unsere Erfindung großartigerweise „Negator" getauft. Sobald bei



Schaltbild 74

L_4 oder L_5 die Lampe aufleuchtet, müssen Sie, bitte schön, S_4 beziehungsweise S_s auf y stellen. Bleiben L_4 oder L_5 dunkel, so müssen die Schaltschieber S_4 oder S_5 in Stellung x stehen. Auf diese Weise verwandeln Sie den Schaltzustand „Strom" in „kein Strom" und umgekehrt, drehen also den Schaltzustand gewissermaßen um in seine Negation. Das ist der ganze Trick. (Sie dürfen also S_A oder S_5 nur auf y stellen, wenn L_4 oder L_5 den Befehl dazu geben.)

Wissen Sie noch, was „Linke Hälfte" und „Rechte Hälfte" auf dem Transparentstreifen bedeuten? Linke und rechte Hälfte der jeweiligen Gleichung, die wir gerade untersuchen. Wenn beide Lämpchen — „Linke Hälfte" und „Rechte Hälfte" — gleichzeitig hell werden oder aber gleichzeitig dunkel bleiben, dann ist es richtig. Dann stimmt die Gleichung. Brennt nur eines von beiden, dann ist etwas faul. (Oder Sie haben den Negator noch nicht gestellt.)

Wenn Sie diesen „Negator" arbeiten lassen, können wir auch de Morgans Gesetze elektrisch beweisen — wie auf Schaltbild 74 dargetan (Streifen „Boole 3").

übrigens sind Herrn de Morgans Gesetze gerade besonders gut geeignet, automatische Negationsglieder zu sparen. Denn sie helfen ja, einen komplizierten algebraischen Ausdruck, der insgesamt negiert werden müßte, in seine Einzelfaktoren zu zerlegen, die sich ohne Schwierigkeiten negieren lassen.

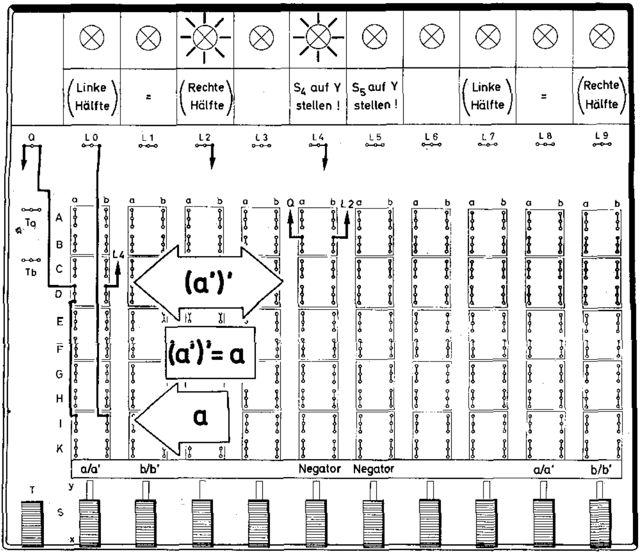
Dazu müssen wir Ihnen allerdings noch den Tip geben, daß diese Gesetze nicht nur für die einfache Form (a + b)' = a' • b' gelten, sondern auch für meterlange Ketten:
(a + b + c + d + e + f+ usw.)' = a' • b' • c' • d' • e' • f' usw.
Sie können das mit Venn-Diagrammen oder mit dem LOGIKUS ja leicht selbst nachprüfen.

8. Die letzten Gesetze

Die restlichen sieben Grundgesetze könnten wir auch mit dem LOGIKUS auf ihre schaltalgebraische Richtigkeit untersuchen, aber das wäre etwa so, als wenn jemand zum Ausrechnen von „drei mal drei" eine Rechenmaschine benutzt. Nur den Spaß, für das Gesetz

Grundgesetz 13 S: $\boxed{(a')' = a}$

ein Schaltbild (Nummer 75) zu zeichnen, wollen wir uns nicht nehmen lassen. Wozu haben wir unseren neuerfundenen Negator? Hier können wir ihn wieder brauchen.



Schaltbild 75

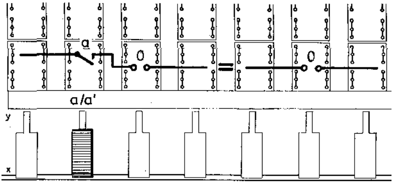
Die Umsetzung von Grundgesetz 14 und 15 ins Schaltalgebraische ist das Einfachste von der Welt. In der Mengenlehre war doch die Rede von der Grundmenge, deren Ergänzungsmenge die Leere Menge ist — und umgekehrt von der Leeren Menge, die durch die Grundmenge ergänzt wird: $G = \emptyset$ und $\overline{\emptyset} = G$.
Da wir uns geeinigt haben, in der Schaltalgebra statt „Grundmenge" lieber „1" zu sagen (womit zum Ausdruck gebracht werden soll, daß hier Strom fließt) und da wir zur Leeren Menge „0" sagen wollen (zu deutsch: „kein Strom!"), ist die Übersetzung ganz einfach:

Grundgesetz 14 S: $\boxed{1' = 0}$

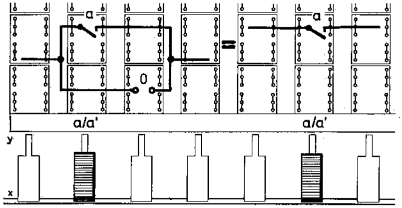
Grundgesetz 15 S: $\boxed{0' = 1}$

Das ist ja auch ganz logisch. Wenn man einen Schalter von 1: „Strom fließt" auf 1' umschaltet, steht er auf 0. Wenn man umgekehrt einen Schalter, der auf 0 stand, umschaltet, läßt er Strom durch. Simpler geht's nicht mehr.

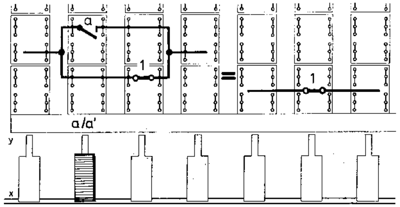
Auch für unsere letzten vier Demonstrationen können wir auf den LOGIKUS verzichten. Wir kommen mit schlichten Schaltskizzen aus. Aber natürlich lassen sich die Skizzen **ohne** weiteres auf den LOGIKUS übertragen. Das sagt einem der klare Menschenverstand, auch ohne daß wir Schaltbilder zeichnen müßten:



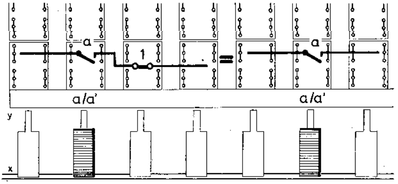
Grundgesetz 9 S: $\boxed{a \cdot 0 = 0}$



Grundgesetz 10 S: $\boxed{a + 0 = a}$



Grundgesetz 11 S: $\boxed{a + 1 = 1}$



Grundgesetz 12 S: $\boxed{a \cdot 1 = a}$

Zwischenbemerkung

Was war unser Anliegen im letzten Kapitel? Wir wollten versuchen, zu beweisen, daß die Grundgesetze der Mengenalgebra auch für die Schaltalgebra gelten. Ist es uns gelungen? Ja. In jedem einzelnen Fall. Daraus folgt, daß auch die Schaltalgebra, wie wir sie jetzt auf den folgenden Seiten betreiben wollen, Boolesche Algebra ist.

Wenn die Buchstaben einem so handlich und mit so bekannten Verknüpfungszeichen dargeboten werden wie in der Schaltalgebra, dann drängen sich natürlich Vergleiche mit der normalen Algebra auf, wie man sie seit Jahrzehnten an den Oberschulen und Gymnasien lehrt. Und man fragt sich: Kann man mit den Symbolen der Schaltalgebra ebenso rechnen wie mit den Chiffren und Zeichen der normalen Algebra?

Man kann. Ganz genauso. Voraussetzung ist nur, daß man die 21 Grundgesetze beherrscht.

Glücklicherweise sind viele dieser Grundgesetze ähnlich denen, die wir aus der normalen Algebra kennen, $a(b + c) = ab + ac$ — das ist für jemand, der schon ein wenig Algebra getrieben hat, wirklich nichts Neues.

Neu rechnen zu lernen, braucht man also bei der Booleschen Algebra nicht. Auch hier kann man gemeinsame Begriffe in Klammern setzen, kann Gleichungen erweitern oder vereinfachen. Auch hier kommt Punktrechnung vor Strichrechnung. Das heißt in diesem Fall: „Und"-Rechnung kommt vor „Oder"-Rechnung. Und weil keine Zahlen auftreten, braucht man nicht zu addieren oder zu subtrahieren, nicht zu multiplizieren oder zu dividieren — von höheren Rechenarten ganz zu schweigen.

Diese Boolesche Algebra ist eine herrlich einfache Sache.

Elftes Kapitel: Boolesches Programmieren

Bisher haben wir nur mit Grundgesetzen gespielt. Nun wollen wir versuchen, Probleme zu lösen — mit der Schaltalgebra und mit dem LOGIKUS. Stellen Sie sich zum Beispiel vor, wir wüßten noch nichts von der Antivalenz-Schaltung, müßten aber unbedingt eine solche Schaltung haben, die Strom nur dann durchläßt, wenn die beiden zugehörigen Schalter unterschiedlich stehen. Die Schaltung soll den Strom sperren, wenn beide Schaltschieber gemeinsam entweder auf x oder y stehen.

Das wäre so ein Problem, das sich mit Hilfe der Schaltalgebra im Handumdrehen lösen läßt. Wir werden es gleich nachher auch versuchen.

1. Die Tafel der Wahrheit

Aus dem großen Arsenal mathematischer Hilfsmittel lassen wir jetzt eins der wirksamsten auffahren — eine sogenannte Wahrheitstafel. Der Ausdruck kommt aus der Logistik, wo man mit Hilfe solcher Wahrheitstafeln logische Schlüsse ais wahr oder falsch entlarvt. So streng wollen wir fürs erste gar nicht vorgehen. Aber den Begriff müssen wir übernehmen.

Solch eine Wahrheitstafel sieht im Grunde immer gleich aus; hier haben wir Ihnen ein ziemlich großes Exemplar aufgemalt.

Menge	A	B	C	D	E	
bzw. Schalter	a/a'	b/b'	c/c'	d/d'	e/e'	
1	j	j	j	j	j	=
2	n	j	j	j	j	=
3	j	n	j	j	j	=
4	n	n	j	j	j	=
5	j	j	n	j	j	=
6	n	j	n	j	j	=
7	j	n	n	j	j	=
8	n	n	n	j	j	=
9	j	j	j	n	j	=
10	n	j	j	n	j	=
11	j	n	j	n	j	=
12	n	n	j	n	j	=
13	j	j	n	n	j	=
14	n	j	n	n	j	=
15	j	n	n	n	j	=
16	n	n	n	n	j	=
17	j	j	j	j	n	=
18	n	j	j	j	n	=
19	j	n	j	j	n	=
20	n	n	j	j	n	=
21	j	j	n	j	n	=
22	n	j	n	j	n	=
23	j	n	n	j	n	=
24	n	n	n	j	n	=
25	j	j	j	n	n	=
26	n	j	j	n	n	=
27	j	n	j	n	n	=
28	n	n	j	n	n	=
29	j	j	n	n	n	=
30	n	j	n	n	n	=
31	j	n	n	n	n	=
32	n	n	n	n	n	=

Die großen Buchstaben am Kopf der Tafel, A bis E (und, wenn Sie wollen, bis Z) stellen die Mengen dar (innerhalb der Mengenlehre). Die kleinen Buchstaben a/a', b/b' und so weiter sind die Schalteinheiten (bei der Schaltalgebra) oder schlicht die Schaltschieber (beim LOGIKUS). Die Boolesche Algebra liefert ja die Verbindungen zwischen all diesem.

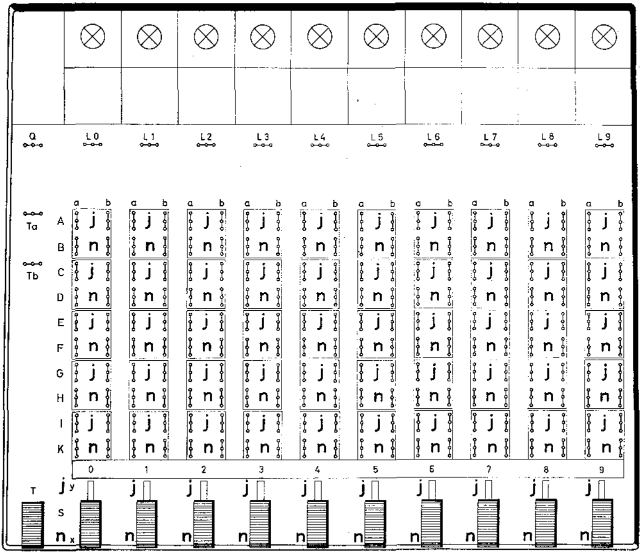
Was sich auf der Tafel tummelt, die kleinen j und die kleinen n, sind Abkürzungen für „ja" und „nein". Auf anderen Wahrheitstafeln sieht man an dieser Stelle „w" und „f" (für „wahr" und „falsch"). Oder nur „1" und „0", manchmal auch „+" und „—". Im Grunde ist das alles das gleiche. „Wahr" und „falsch" wird der Logistiker benutzen, der sich auf den dornigen Pfad der Wahrheitsfindung begibt. Wir sind, wie sich zeigen wird, für die zahlreichen Fälle unserer LOGIKUS-Probleme mit „ja" und „nein" zunächst am besten bedient. Schalttechnisch entspricht dann ein „ja" der Schaltschieberstellung a, b oder c — und ein „nein" der Stellung a', b' oder c'.

Auf einer solchen Wahrheitstafel werden alle Varianten durchgespielt, nach denen, Mengen auftreten (bei der Mengenlehre) oder Stromverbindungen geschlossen werden sollen (bei der Schaltalgebra). Die vielen Variationsmöglichkeiten machen eine Wahrheitstafel uferlos. Sie dehnt sich im Quadrat aus. Solange es sich nur um zwei Mengen handelt, um A und B, braucht man allerdings nur vier Zeilen:

Menge	A	B	
bzw. Schalter	a/a'	b/b'	
1	j	j	=
2	n	j	=
3	j	n	=
4	n	n	=

Man kann sich dafür gewissermaßen die obere linke Ecke unserer großen Wahrheitstafel herausschneiden. Bei vier Mengen sind schon sechzehn Zeilen nötig — und so geht es weiter. Ganz rechts am Rand der Wahrheitstafel sind freie Felder. Dort trägt man ein, ob die links davon stehende Mengen- oder Schalterkombination sinnvoll oder erwünscht oder richtig ist.

Das alles wird Ihnen zunächst noch reichlich kompliziert vorkommen. Aber wir werden versuchen, es Ihnen verständlich zu machen. Es wäre allerdings günstig, wenn Sie sich vorstellen könnten, daß auf dem Programmierfeld unseres LOGIKUS solche kleinen j und n eingezeichnet seien — und zwar so, wie das ansonsten leere Schaltbild 76 es zeigt. Vielleicht schreiben Sie sich's sogar mit Fettstift auf das Programmierfeld? Sie brauchen es nur zu Anfang, als Gedächtnisstütze. Später ist Ihnen das alles ganz selbstverständlich.



Schaltbild 76

2. Wir erfinden die Antivalenz

Lassen Sie uns nun zu unserem Experiment mit der Antivalenzschaltung kommen! Bei einer schlichten zweifachen Antivalenz, wie wir sie bisher hatten, sind zwei Umschalter nötig, also a/a' und b/b'. Deshalb brauchen wir eine Wahrheitstafel von nur vier Zeilen — also so:

	a/a'	b/b'
1	j	j
2	n	j
3	j	n
4	n	n

Wir kommen an die erste Querspalte. Zweimal „j" bedeutet: Schalter a/a' und Schalter b/b' stehen beide auf „j" (also auf Stellung a bzw. b). In dieser Stellung soll bei einer Antivalenzschaltung kein Strom fließen. Also tragen wir in die freie Spalte rechts eine 0 (= „kein Strom") ein.

Zweite Querspalte: Schalter a/a' steht auf „n", Schalter b/b' auf „j". Jetzt soll Strom fließen! Wir tragen ganz rechts eine 1 ein.

Dritte Querzeile: Schalter a/a' auf „j", Schalter b/b' auf „n". Strom her! Eine 1.

Und die letzte Zeile: Schalter a/a' sowohl wie Schalter b/b' auf „n". Kein Strom! Eine 0 wird eingetragen.

Nun sieht unsere Wahrheitstafel so aus:

	a/a'	b/b'		
1	j	j	=	0
2	n	j	=	1
3	j	n	=	1
4	n	n	=	0

Uns interessieren immer nur die Zeilen, bei denen eine 1 herauskommt (zu deutsch: wo Strom fließt). Zwei solcher Zeilen sind es: Zeile 2 und Zeile 3.

Für Zeile 2 gilt a/a' = n sowie b/b' = j.

a/a' = n bedeutet a'. b/b' = j bedeutet b.

Also steht in Zeile 2 „a' und b" — schaltalgebraisch geschrieben: $a' \cdot b = 1$.

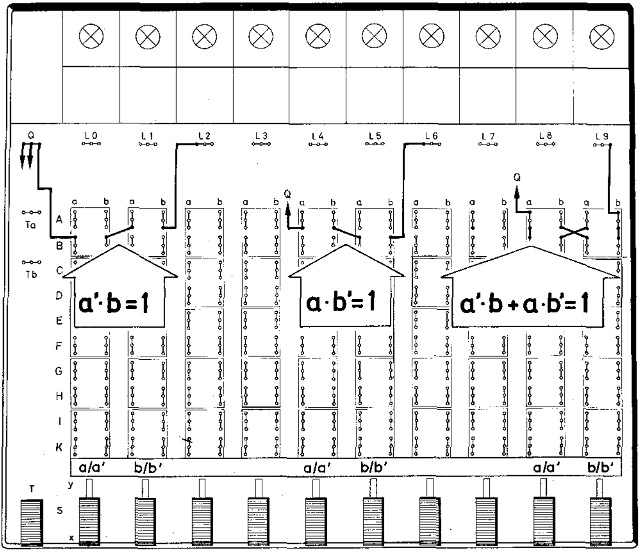
Bei Zeile 3 ist es umgekehrt. Hier ist a/a' = j und b/b' = n. Das ergibt $a \cdot b' = 1$.

	a/a'	b/b'				
1	j	j	=	0		
2	n	j	=	1	→	$a' \cdot b = 1$
3	j	n	=	1	→	$a \cdot b' = 1$
4	n	n	=	0		

Nun braucht man bei solchen Wahrheitstafeln, das ist das Schöne, die Ergebnisse der einzelnen Zeilen nur durch ein „oder" aneinanderzuhängen. In unserem Falle würde sich also folgende Gleichung ergeben:

$$a' \cdot b + a \cdot b' = 1$$

Verdrahten Sie das auf dem LOGIKUS! Sie haben — wie Schaltbild 77 auf der nächsten Seite zeigt — die schönste Antivalenz, die es nur gibt.



Schaltbild 77

3. Es gibt tausend Mark

Ein anderes Problem. Stellen Sie sich vor: Da ist ein sozial denkender Arbeitgeber. Er möchte seinen Betriebsangehörigen zu Weihnachten ein handfestes Geldgeschenk auf den Tisch legen. Aber er will dabei Betriebstreue und Bedürftigkeit berücksichtigen. Also läßt er sich den Chef seiner Datenverarbeitungsanlage kommen und sagt ihm: „Lassen Sie das mal über Ihren Computer laufen! Jeder kriegt tausend Mark, der drei Kinder hat oder über 50 Jahre alt ist. Er muß aber drei Jahre im Betrieb sein. Und wir wollen die Gruppe ausschließen, der wir voriges Weihnachten Betriebsaktien geschenkt haben. Die haben in diesem Jahr schon genug verdient!"

Was tut der Datenverarbeiter? Er setzt sich hin und stellt erst die Mengen der Leute zusammen, die Geld kriegen sollen oder nicht, und malt dann eine Wahrheitstafel auf, die so aussieht wie auf der nächsten Seite. Die Mengen erfaßt er so:

A = Menge der Leute mit Betriebsaktien
B = Menge der Leute mit drei und mehr Kindern
C — Menge der Leute über 50 Jahre
D = Menge der Leute, die drei Jahre und länger im Betrieb sind.

Menge	A	B	C	D				
Schalter	a/a'	b/b'	c/c'	d/d'				
1	j	j	j	j	=	0		
2	n	j	j	j	=	1	→	$a' \cdot b \cdot c \cdot d = 1$
3	j	n	j	j	=	0		
4	n	n	j	j	=	1	→	$a' \cdot b' \cdot c \cdot d = 1$
5	j	j	n	j	=	0		
6	n	j	n	j	=	1	→	$a' \cdot b \cdot c' \cdot d = 1$
7	j	n	n	j	=	0		
8	n	n	n	j	=	0		
9	j	j	j	n	=	0		
10	n	j	j	n	=	0		
11	j	n	j	n	=	0		
12	n	n	j	n	=	0		
13	j	j	n	n	=	0		
14	n	j	n	n	=	0		
15	j	n	n	n	=	0		
16	n	n	n	n	=	0		

Wir haben gleich eingetragen, welche Fälle nach sorgfältiger Durchsicht der einzelnen Querzeilen für ein Weihnachtsgeld in Frage kommen und welche nicht. Offenbar sind es nur drei Kombinationen, bei denen es Geld gibt. Wie man aus den Aussagen der Wahrheitstabelle schaltalgebraische Ausdrücke formt, wissen Sie ja inzwischen. Daß man diese einzelnen Formeln durch „Oder"-Verknüpfungen aneinanderhängt, ist Ihnen auch schon bekannt. Die Gleichung, die wir schließlich erhalten, sieht also so aus:

$$a'facd + a'b'cd + a'bc'd = 1$$

Diese Gleichung kann man nach den allgemeinen Regeln bürgerlicher Algebra in zwei Stufen vereinfachen:

$$a'(bcd + b'cd + bc'd) = 1$$
$$a'(bc + b'c + bc')d = 1$$

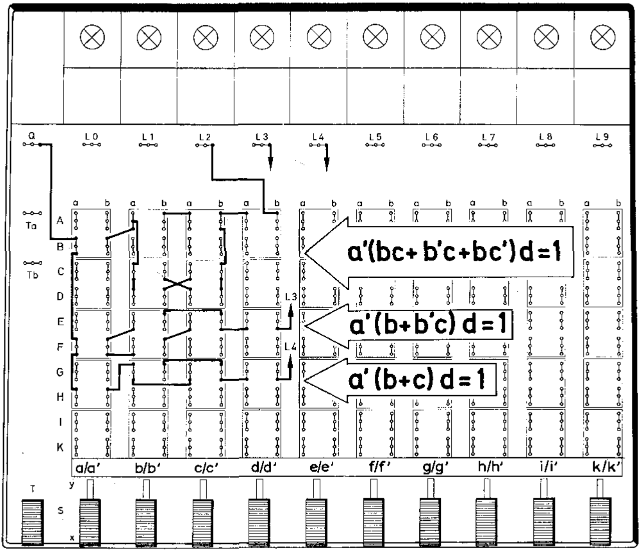
Nun braucht man sie nur noch dem Computer einzufüttern — oder, in unserem Fall, dem LOGIKUS einzugeben. Das können Sie ja schon längst ohne uns, aber wir wollen es doch auch auf Schaltbild 78 ganz oben aufzeichnen (Schaltschieberstreifen „Boole 3a").

Sie können jetzt durch Betätigen der ersten vier Schaltschieber einstellen, was die Betriebsstatistik über jeden einzelnen Mann aussagt — über seinen Kindersegen oder sein Alter. Das Lämpchenaufleuchten meldet Ihnen sofort: Der kriegt Geld!

Und der, bei dem es dunkel bleibt, kriegt zu Weihnachten nichts.

4. Tausend Mark — noch einfacher

Es gibt zwei Gebiete, auf denen die Schaltalgebra sehr nützlich ist. Einmal, wenn man bei einer Aufgabe komplizierte Bedingungen technisch realisieren will. Man kann dann Schaltungen anlegen, die man ohne die Hilfe der Booleschen Algebra niemals zuwege



Schaltbild 78

bringen würde. Darüber werden wir uns noch unterhalten. Zweitens aber hilft die. Boolesche Algebra mit den speziell zu ihr gehörenden Grundgesetzen, alle Schaltungen, ob sie einfach oder kompliziert sind, zu optimieren, also knapper und sparsamer anzulegen. Damit wollen wir uns jetzt beschäftigen.

Die Arbeitgeber-Schaltung

$$a'(bc + b'c + bc')d = 1$$

läßt sich nämlich noch weiter vereinfachen — allerdings nicht mehr mit der normalen Algebra, sondern mit Booleschen Regeln. Zum Beispiel gilt ja ein Grundgesetz, wonach

ist (Grundgesetz Nr. 7 S nach unserer Tabelle). Um dieses Grundgesetz anwenden zu können, muß man unsere Gleichung allerdings noch einmal umformulieren:

$$\begin{aligned} & & a'(bc + b'c + bc')d &= 1 \\ & & a'[b(c + c') + b'c]d &= 1 \\ \text{weil } c + c' = 1 & & a'(b + b'c)d &= 1 \end{aligned}$$

Diese Schaltformel — wir haben sie auf Schaltbild 78 in der Mitte eingezeichnet — ist schon schlichter. Aber auch sie läßt sich noch vereinfachen, und zwar durch Grundgesetz 21 S:

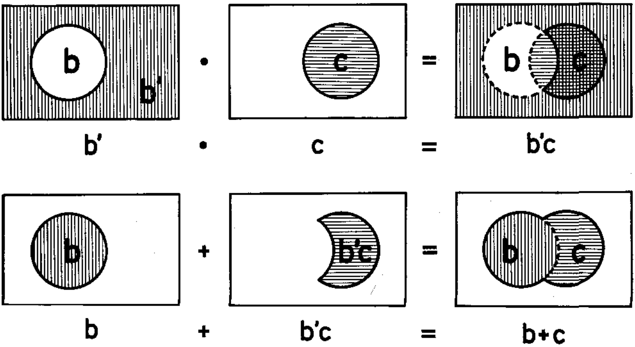
$$a + (bc) = (a + b)(a + c)$$

Wir müssen nur berücksichtigen, daß wir statt $a + (bc)$ den Ausdruck $b + (b'c)$ haben. Statt $b + (b'c)$ können wir auch $b + b'c$ schreiben.
Dann gilt:

$$b + b'c = (b + b')(b + c)$$

weil $b + b' = 1$ $\qquad b + b'c = b + c$

Mit Hilfe von Venn-Diagrammen können Sie auch zeichnerisch nachweisen, daß $b + b'c = b + c$ ist:



Unsere Gleichung ist damit erheblich zusammengeschrumpft:

weil $b + b'c = b + c$ $\qquad a'(b + b'c)d = 1$

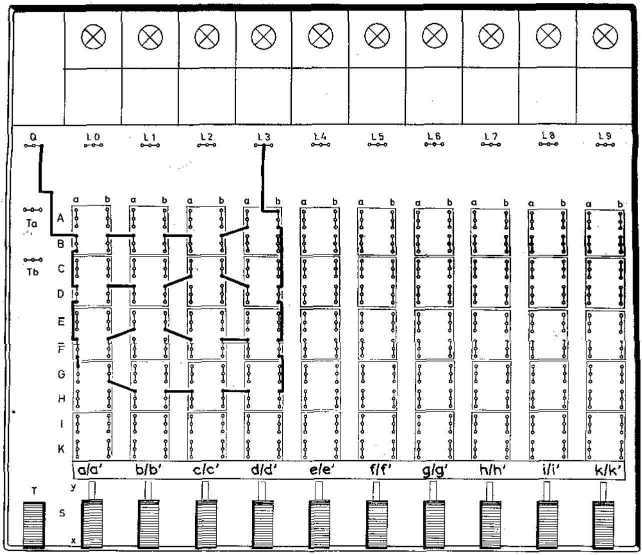
$$a'(b + c)d = 1$$

Und so können wir sie schließlich als einfachste Schaltanweisung für den LOGIKUS programmieren (ganz unten auf Schaltbild 78). Sie erfüllt den gleichen Zweck wie die erheblich kompliziertem Verdrahtung oben auf Schaltbild 78.

5. Einer von vieren

Als nächstes wollen wir uns eine Schaltung bauen, die über vier Schaltschieber läuft und Strom immer nur dann durchlassen soll, wenn einer der vier auf y steht (anders gesagt: „ja" bedeutet), keineswegs aber, wenn zwei oder gar drei auf y stehen.
Das ist eine relativ einfache Schaltung, zu der wir wohl die Boolesche Algebra gar nicht brauchen würden. Wir wollen sie trotzdem einsetzen und zunächst einmal unsere Wahrheitstafel aufstellen. Auf der nächsten Seite ist sie.

	a/a'	b/b'	c/c'	d/d'				
1	j	j	j	j	=	0		
2	n	j	j	j	=	0		
3	j	n	j	j	=	0		
4	n	n	j	j	=	0		
5	j	j	n	j	=	0		
6	n	j	n	j	=	0		
7	j	n	n	j	=	0		
8	n	n	n	j	=	1	→	a'b'c'd = 1
9	j	j	j	n	=	0		
10	n	j	j	n	=	0		
11	j	n	j	n	=	0		
12	n	n	j	n	=	1	→	a'b'c d' = 1
13	j	j	n	n	=	0		
14	n	j	n	n	=	1	→	a'b c'd' = 1
15	j	n	n	n	=	1	→	a b'c'd' = 1
16	n	n	n	n	=	0		



Schaltbild 79

Die Wahrheitstafel bringt uns eine ziemlich einfache Formel:

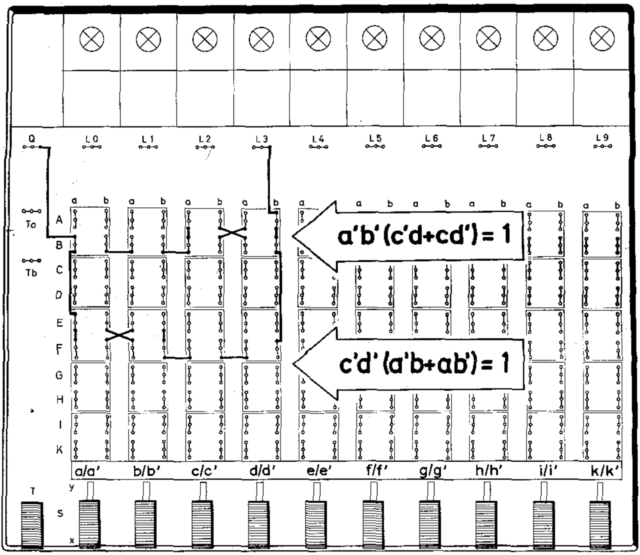
a'b'c'd + a'b'cd' + a'bc'd' + ab'c'd' = 1

Wenn wir sie auf dem LOGIKUS programmieren, so erhalten wir ein Schaltbild, das genauso aussieht, wie wenn wir es ohne Schaltalgebra nur nach unserer Erfahrung gestöpselt hätten (Schaltbild 79).

Es ist für keinen von uns ein Problem, diese Schaltung aufgrund unserer Programmiererfahrung zu vereinfachen. Aber wir wollen es ruhig nach den Gesetzen der Schaltalgebra tun. Da gibt es, rein mathematisch, eine ganze Reihe von Vereinfachungen — zum Beispiel die, zwei Gruppen zu bilden und jeweils a'b' beziehungsweise c'd' vor eine Klammer zu setzen:

a'b'(c'd + cd') + c'd'(a'b + ab') = 1

Programmiert haben wir diese Formel auf Schaltbild 80. Sie sehen: Es ist nicht schwer, die Formelsprache in die Programmiersprache zu übersetzen. Die Einsparung an Schaltverbindungen beträgt etwa 25%, und der Raumgewinn auf dem Programmierfeld ist beträchtlich. Denn wir haben unsere Schaltung ja absichtlich weit auseinandergezogen, damit sie durchschaubar wird. Man könnte sie viel enger zusammenbauen.



Schaltbild 80

6. Einer von zehn

Nun werden wir kühn. Ein Schalter von vieren — das ist ja noch gar nichts. Wie wäre es, wenn wir versuchten, das gleiche für alle zehn Schaltschieber zu probieren? Die Aufgabe lautet also: Die Lampe darf nur brennen, wenn einer der zehn Schaltschieber — und zwar jeder beliebige — auf y steht.

Auch hier machen wir wieder unsere Wahrheitstafel, aber in diesem Fall schreiben wir sie nicht in voller Größe hin. Bei zehn Schaltern müßten wir — nach den Zweierpotenzen, auf denen diese Wahrheitstafel aufgebaut ist — 1024 Querzeilen aufschreiben. Das sollte man wirklich von niemandem verlangen. Es genügt, wenn wir uns die Querzeilen herausschreiben, die auf der rechten Seite eine 1 ergeben, also zu einem positiven Ergebnis führen. Wenn wir das machen, hat die Wahrheitstafel nur noch zehn Querzeilen und sieht so aus:

a/a'	b/b'	c/c'	d/d'	e/e'	f/f'	g/g'	h/h'	i/i'	k/k'						
j	n	n	n	n	n	n	n	n	n	=	1	→	a b' c' d' e' f' g' h' i' k'	=	1
n	j	n	n	n	n	n	n	n	n	=	1	→	a' b c' d' e' f' g' h' i' k'	=	1
n	n	j	n	n	n	n	n	n	n	=	1	→	a' b' c d' e' f' g' h' i' k'	=	1
n	n	n	j	n	n	n	n	n	n	=	1	→	a' b' c' d e' f' g' h' i' k'	=	1
n	n	n	n	j	n	n	n	n	n	=	1	→	a' b' c' d' e f' g' h' i' k'	=	1
n	n	n	n	n	j	n	n	n	n	=	1	→	a' b' c' d' e' f g' h' i' k'	=	1
n	n	n	n	n	n	j	n	n	n	=	1	→	a' b' c' d' e' f' g h' i' k'	=	1
n	n	n	n	n	n	n	j	n	n	=	1	→	a' b' c' d' e' f' g' h i' k'	=	1
n	n	n	n	n	n	n	n	j	n	=	1	→	a' b' c' d' e' f' g' h' i k'	=	1
n	n	n	n	n	n	n	n	n	j	=	1	→	a' b' c' d' e' f' g' h' i' k	=	1

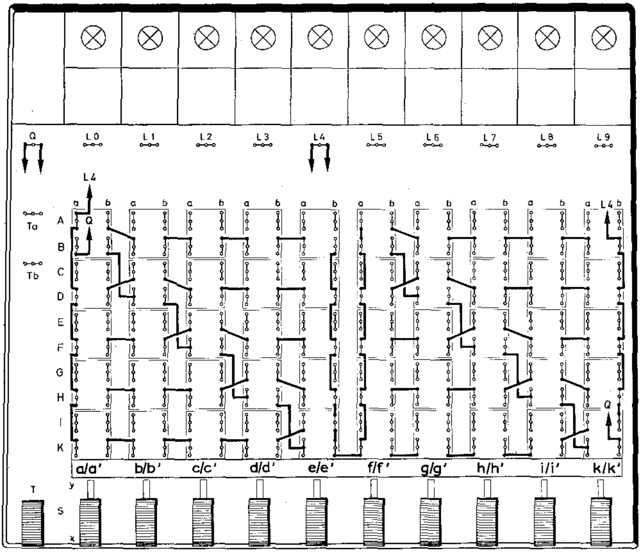
Auch das ergibt noch eine ganz schöne Gleichung:

ab'c'd'e'f'g'h'i'k' + a'bc'd'e'fg'h'i'k' + a'b'cd'e'f'g'h'i'k' + a'b'c'de'fg'h'i'k'
+ a'b'c'd'ef'g'h'i'k' + a'b'c'd'e'fg'h'i'k' + a'b'c'd'e'f'gh'i'k' + a'b'c'd'e'fghik'
+ a'b'c'd'e'fg'h'ik' + a'b'c'd'e'fg'h'ik = 1

Wenn wir sie so auf den LOGIKUS programmieren wollten, kämen wir in Verlegenheit, denn dazu reicht unser Programmierfeld gar nicht aus. Also fangen wir zu rechnen an und fassen erst einmal — irgendwo — einige Buchstabengruppen zusammen. Zum Beispiel:

a'b'c'd'e'(fg'h'i'k' + f'gh'i'k' + f'g'hi'k' + f'g'h'ik' + f'g'h'i'k)
+ (ab'c'd'e' + a'bc'd'e' + a'b'cd'e'+ a'b'c'de' + a'b'c'd'e)f'g'hVk' = 1

Sie sehen: Nun geht es auf dem LOGIKUS. Es geht gerade. Das ganze Programmierfeld (Schaltbild 81) ist ausgefüllt, und alles miteinander ist ein stattlicher Drahtverhau.



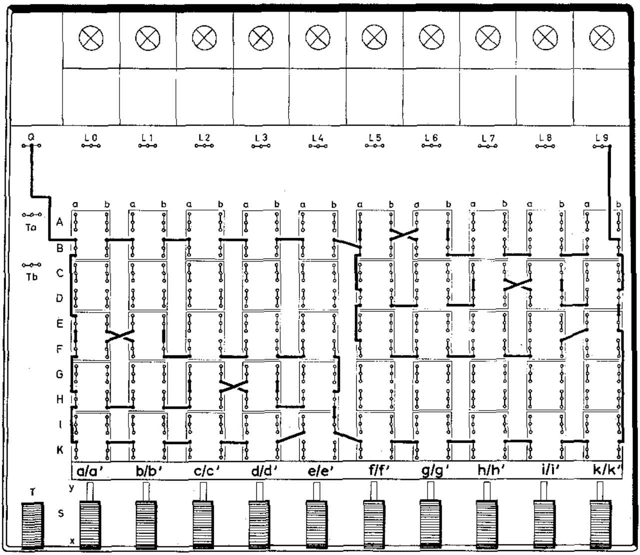
Schaltbild 81

Wie könnten wir weiter vereinfachen? Wir müssen eben noch strenger zusammenfassen. Zum Beispiel so:

$$
\begin{aligned}
& a'b'c'd'e'[(fg' + f'g)h'k' + f'g'(hi' + h'i)k' + f'g'h'i'k] \\
+ \; & [(ab' + a'b)c'd'e' + a'b'fcd' + c'd)e' + a'b'c'd'e]f'g'h'i'k' \qquad = 1
\end{aligned}
$$

So kommen wir auf ein Programm wie im Schaltbild 82. Das kann sich schon eher sehen lassen. (Ein sehr hübscher Nebeneffekt ist, daß die Programmierungen durch konsequentes Anwenden der Schaltalgebra hübsch übersichtlich und sogar ästhetisch schön werden. Finden Sie nicht auch?)

Unsere Gleichung — und damit die Schaltung — läßt sich durch eifriges Benutzen der Booleschen Regeln, mit denen Sie inzwischen ja schon gut umgehen können, noch weiter vereinfachen.



Schaltbild 82

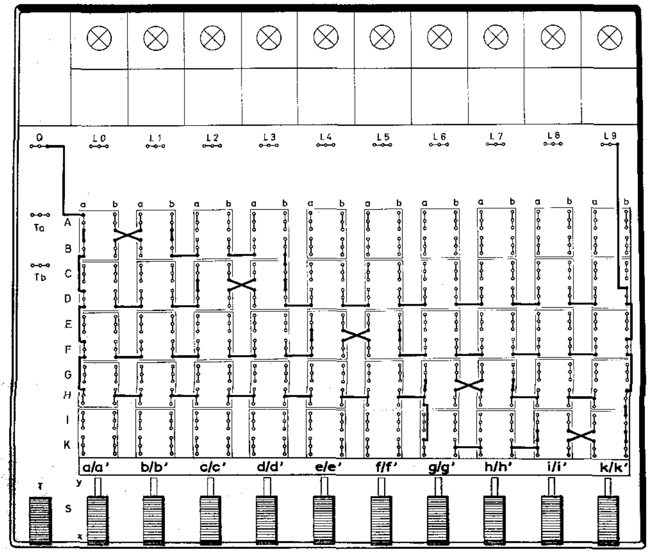
7. Ein anderer Rechenweg

Natürlich ist der Weg, den wir bisher gegangen sind, durchaus nicht der einzige. Es gibt viele. Wir wollen die bandwurmlange Ur-Gleichung unserer Ein-aus-zehn-Schaltung jetzt einmal nach einer anderen Methode in handliche Stücke zerlegen. Wir kommen damit zu einer anderen Gleichung und auch zu einer anderen Schaltung, die aber genau denselben Effekt hat. Hier ist die erste Umwandlung:

$$(ab'c'd' + a'bc'd' + a'b'cd' + a'b'c'd)e'f\,g'h'i'k' + a'b'c'd'(ef' + fe')g'h'i'k' + a'b'c'd'e'f'(gh'i'k' + g'hi'k' + g'h'ik' + g'h'i'k) = 1$$

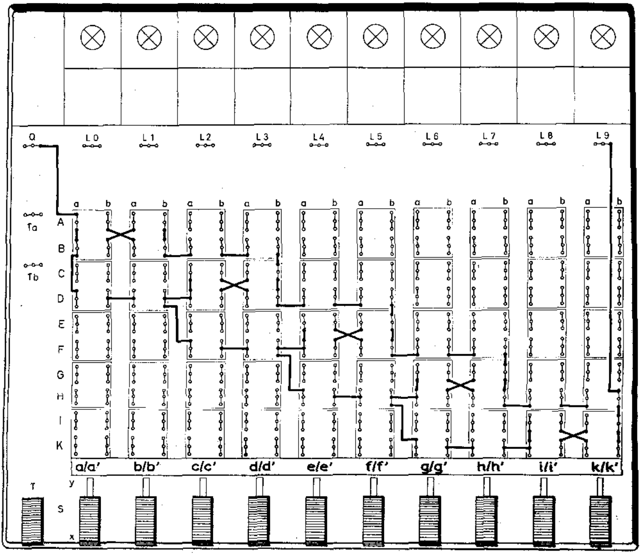
$$[(ab' + a'b)c'd' + a'b'(cd' + c'd)]e'fg'h'i'k' + a'b'c'd'(ef + fe')g'hi'k' + a'b'c'd'ef'[(gh' + g'h)i'k' + g'h'(ik' + i'k)] = 1$$

Auf Schaltbild 83 finden Sie das zugehörige Programm. Sieht es nicht hübsch aus? Aber auch die Schaltung, die wir eben aufgebaut haben, läßt sich auf dem Weg übers Rechnen noch weiter vereinfachen. Doch das wollen wir Ihnen jetzt nicht mehr vormachen. Probieren Sie es doch selbst!

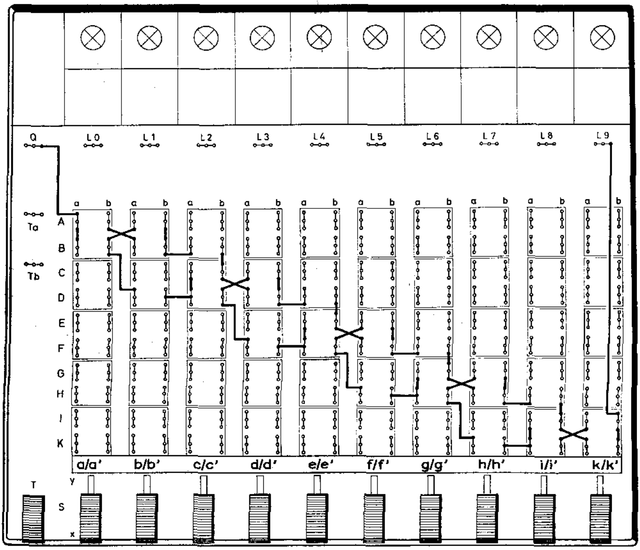


Schaltbild 83

Allerdings können Sie die Schaltung auch mit Ihren bisher erworbenen handwerklichen Programmierkünsten noch stark vereinfachen. Schaltbild 84 und 85 zeigen mögliche Stufen einer solchen Optimierung. Am Schluß ergibt sich eine faszinierend klare Schaltung.



Schaltbild 84



Schaltbild 8S

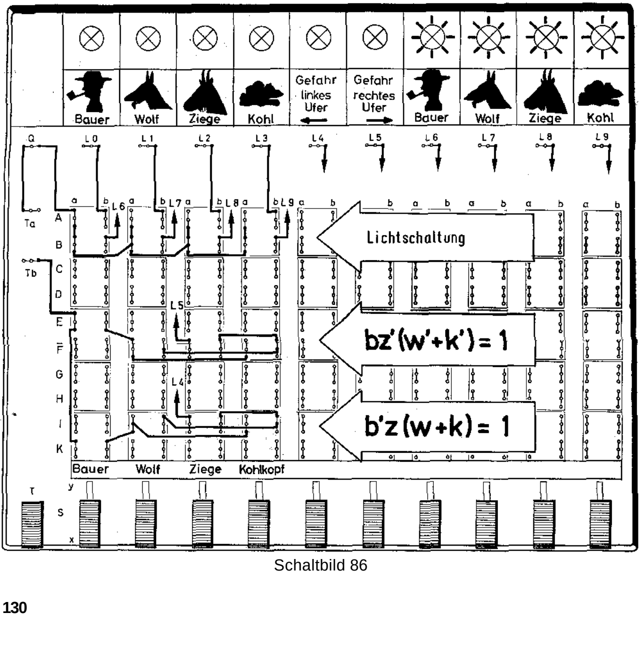
Vielleicht erarbeiten Sie dann auf dem Rückweg vom Programm zur Rechnung, wie hier die mathematische Vereinfachung vor sich geht? Dieser Weg zurück ist auch interessant (und gar nicht so unwissenschaftlich, wie mancher meinen mag).

8. Der Bauer erscheint von neuem

Wie man auch komplizierte Schaltungen mit Hilfe der Booleschen Algebra durchsichtig machen kann, haben wir gesehen. Jetzt kommt ein anderes Kapitel: Wie man bei schwierigeren Problemen überhaupt zu Booleschen Gleichungen kommt, um daraus Schaltungen aufbauen zu können. Wollen wir uns dazu das Beispiel vom Bauer, dem Kohl, der Ziege und dem Wolf vornehmen, mit dem wir uns auf Seite 38 und 39 im LOGIKUS-Handbuch schon einmal beschäftigt haben?

Wir hatten für dieses Beispiel eine gewaltige Schaltung aufgebaut, bei der es ein wenig durcheinander ging; denn wir wollten Sie ja mit dem Problem allein lassen, daraus die logischen Schaltungen mit den „Und"- und „Oder"-Symbolen zu bilden.

Nun wollen wir sehen, wie mit Hilfe der Booleschen Algebra solch eine Schaltung im Nu aufgebaut werden kann — und wie sie dann aussieht. Bitte betrachten Sie gleich einmal unser Schaltbild 86! Ganz oben haben wir die Lichtschaltung verdrahtet. Die sagt uns nichts weiter, als in welcher Stellung sich unsere Schaltschieber 0 bis 3 gerade befinden. Was die Logik der Sache betrifft, so könnten wir diese Lichtschaltung getrost weglassen. Aber mit ihr ist es eben schöner; sie also verdrahten wir zunächst. Dann machen wir uns ans überlegen.



Schaltbild 86

Was wollen wir? Wir wollen immer dann ein Lämpchen aufleuchten lassen, wenn am einen oder anderen Ufer Gefahr droht. Wenn also Ziege und Wolf oder Ziege und Kohl oder alle drei ohne Anwesenheit des Bauern zusammen sind. Denn dann wird todsicher einer gefressen.

Wir wollen sogar noch mehr: Wir wollen, daß die Aussage für das rechte und das linke Ufer getrennt gilt. (So war es ja schon auf Seite 39 im Handbuch).

Als erstes müssen wir wieder eine Wahrheitstafel aufstellen. Die weicht von dem, was wir bisher kannten, allerdings etwas ab, denn wir tragen nicht „j" und „n" ein (für „ja" und „nein"), sondern „l" und „r" (für „linkes Ufer" und „rechtes Ufer"). Dem rechten Ufer ordnen wir die normalen kleinen Buchstaben (wie b) zu, dem linken die negierten (wie b')-

Das hat auch Einfluß auf die Schaltschieber. Stellung x bedeutet jetzt „befindet sich auf dem rechten Ufer" und Stellung y „auf dem linken Ufer".

Außerdem schreiben wir oben auf unsere Wahrheitstafel nicht a/a', b/b' und so weiter, sondern die Anfangsbuchstaben unserer Mitwirkenden: b/b' für den Bauern, w/w' für den Wolf, z/z' für die Ziege und k/k[1] für den Kohl.

Ferner wollen wir am rechten Rand zwei Spalten für die 1 vorsehen, denn wir brauchen zwei verschiedene Stromkreise — den einen, der zu L_4 führt (die für das linke Ufer warnt) und den anderen für L_5 (rechtes Ufer).

Das ergibt eine Wahrheitstafel, die so aussieht:

Menge	Bauer	Wolf	Ziege	Kohl			Gefahr am linken Ufer	Gefahr am rechten Ufer	
bzw. Schalter	b/b'	w/w'	z/z'	k/k'					
1	l	l	l	l	=	0			
2	r	l	l	l	=		1		→ bw'z'k' = 1 l
3	l	r	l	l	=	0			
4	r	r	l	l	=		1		→ bwz'k' = 1 l
5	l	l	r	l	=	0			
6	r	l	r	l	=	0			
7	l	r	r	l	=			1	→ b'wzk' = 1 r
8	r	r	r	l	=	0			
9	l	l	l	r	=	0			
10	r	l	l	r	=		1		→ bw'z'k = 1 l
11	l	r	l	r	=	0			
12	r	r	l	r	=	0			
13	l	l	r	r	=			1	→ b'w'zk = 1 r
14	r	l	r	r	=	0			
15	l	r	r	r	=			1	→ b'wzk = 1 r
16	r	r	r	r	=	0			

Nun ergeben sich natürlich auch zwei Gleichungen, die eine für das linke Ufer, die andere für das rechte:

Linkes Ufer:
bw'z'k' + bwz'k' + bw'z'k = 1 l

Rechtes Ufer:
b'wzk' + b'w'zk + b'wzk = 1 r

Diese Gleichungen bauen wir, wie Sie es nun schon kennen, ein wenig um, und vereinfachen sie, wobei wir wieder so richtig mit den Grundgesetzen der Schaltalgebra hantieren können:

	Linkes Ufer	
	$bz'(w'k' + wk' + w'k)$	$= 1\,l$
	$bz'[w'(k' + k) + wk']$	$= 1\,l$
weil $k' + k = 1$ (7. Grundgesetz):	$bz'[w' + wk']$	$= 1\,l$
weil $w' + wk' = (w' + w)(w' + k')$ (21. Grundgesetz):	$bz'[(w' + w)(w' + k')]$	$= 1\,l$
weil $w' + w = 1$ (7. Grundgesetz):	$bz'(w' + k')$	$= 1\,l$
	Rechtes Ufer	
	$b'z(wk' + w'k + wk)$	$= 1\,r$
	$b'z[w(k' + k) + w'k]$	$= 1\,r$
weil $k' + k = 1$	$b'z[w + w'k]$	$= 1\,r$
weil $w + w'k = (w + w')(w + k)$	$b'z[(w + w')(w + k)]$	$= 1\,r$
weil $w + w' = 1$	$b'z(w + k)$	$= 1\,r$

Damit haben wir zwei vorzüglich einfache Gleichungen, die wir direkt auf das Programmierfeld unseres LOGIKUS übertragen können:

Linkes Ufer	Rechtes Ufer
$bz'(w' + k') = 1$	$b'z(w + k) = 1$

Wir haben es Ihnen in Schaltbild 86 auf Seite 130 aufgezeichnet.

9. Auch Müller, Maier und Schulze sind wieder da!

Nun wollen wir uns an eine andere knifflige Sache machen — an die Denksportaufgabe von Herrn Müller, Herrn Maier und Herrn Schulze, die uns schon auf den Saiten 42 bis 55 im Handbuch beschäftigt hat. Auch dort hatten wir diese Aufgabe mit Hilfe des LOGIKUS sauber gelöst, aber wir mußten während des Lösungsvorgangs ständig umprogrammieren, umstöpseln. Der LOGIKUS war mehr oder weniger nur Hilfsmittel.

Jetzt wollen wir versuchen, dem LOGIKUS die Aufgabe so mundgerecht zu machen, daß er sie automatisch löst. Automatisch — das heißt, daß wir nach einmaligem Programmieren nur noch an den Schaltschiebern spielen dürfen, um Ergebnisse zu bekommen.

Dazu müssen wir aber anders vorgehen als im Handbuch. Es hat keinen Wert, wenn wir den drei Herren drei Schaltschieber zuordnen und den drei Berufen drei Lämpchen. So kommen wir bei der Schaltalgebra nicht weiter. Wir müssen es vielmehr so anstellen, daß wir zwar den Herren wieder drei Schaltschieber geben, diesmal aber auch den drei Berufen. Und unser Lämpchen — nur eines — soll lediglich dann aufleuchten, wenn zusammenpassende Schaltschieber betätigt werden.

Dazu müssen wir dem LOGIKUS die ganze Aufgabe mitsamt allen Bedingungen von vornherein einprogrammieren. Wie geht das vor sich?

Zunächst fertigen wir wieder eine Wahrheitstafel an. Aber da wir es mit sechs Buchstaben zu tun haben, schreiben wir auch hier nicht die ganze Wahrheitstafel aus. Die Aufgabe diktiert uns die Bedingung, daß in jeder Querzeile, die rechts eine „1" tragen soll, jeder Name sowie jeder Beruf nur einmal auftreten darf.

Wir können uns also auf diese Zeilen beschränken. Aber wir müssen natürlich jedem Namen jeden der drei Berufe zur Wahl zuteilen. Daraus ergibt sich folgende Tafel, die sämtliche Kombinationsmöglichkeiten (auch alle falschen) aufzeigt:

	Müller	Maier	Schulze	Arzt	Bürgermeister	Apotheker			
	a/a'	b/b'	c/c'	d/d'	e/e'	f/f'			
1	j	n	n	j	n	n	=	0	(weil Müller nicht Arzt)
2	n	j	n	j	n	n	=	0	(weil Maier nicht Arzt)
3	n	n	j	j	n	n	=	1	→ $a'b'cde'f' = 1$
4	j	n	n	n	j	n	=	1	→ $ab'c'd'ef' = 1$
5	n	j	n	n	j	n	=	1	→ $a'bc'd'ef' = 1$
6	n	n	j	n	j	n	=	1	→ $a'b'cd'ef' = 1$
7	j	n	n	n	n	j	=	1	→ $ab'c'd'e'f = 1$
8	n	j	n	n	n	j	=	0	(weil Maier nicht Apotheker)
9	n	n	j	n	n	j	=	1	→ $a'b'cd'e'f = 1$

Ganz rechts außen haben wir die Gleichungen hingeschrieben, aber auch die weiteren Bedingungen vermerkt: Zeile 1 ergibt 0, weil Müller ja nicht der *Arzt* sein kann. Das geht aus der Aufgabenstellung hervor. Genauso sind Zeile 2 und Zeile 8 — 0. Diese Kombinationen bringen also nichts.

Was übrig bleibt, sind sechs Gruppen von jeweils sechs Buchstaben, und die Gesamtgleichung sieht so aus:

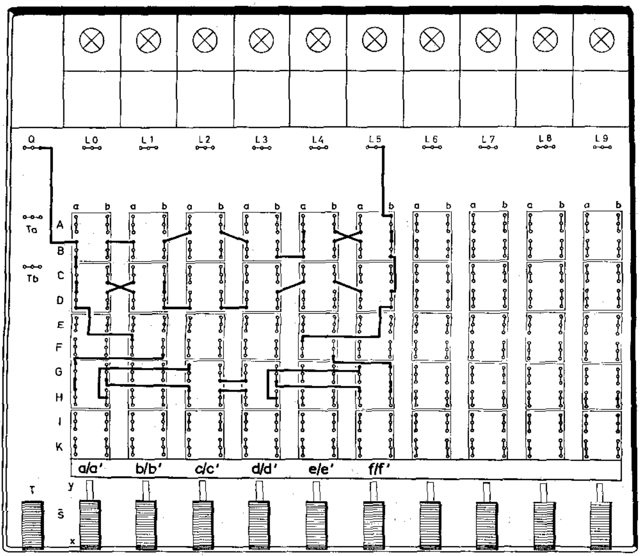
$$\begin{aligned} & a'b'cde'f' + ab'c'd'ef + a'bc'd'ef' \\ + \; & a'b'cd'ef' + ab'c'd'e'f + a'b'cd'e'f = 1 \end{aligned}$$

Die Gleichungen fassen wir ein bißchen zusammen, und so bekommen wir zum Beispiel (es gibt ja mehrere Möglichkeiten):

$$\begin{aligned} & a'b'cd'(ef' + e'f) + (ab' + a'b)c'd'ef' \\ + \; & b'e'(a'cdf' + ac'd'f) \qquad = 1 \end{aligned}$$

10. Abfragen und Verriegeln

Wenn Sie diese Gleichung auf dem LOGIKUS verdrahten, dann entsteht Schaltbild 87 (Schaltschieberstreifen Boole 3b). Jetzt brauchen Sie nur die Schalter durchzuprobieren, bis das Lämpchen brennt — den LOGIKUS gewissermaßen „abzufragen", wie man das bei großen Computern auch macht. Natürlich geht dort das Abfragen automatisch, aber soweit haben wir's leider noch nicht gebracht — den Automaten müssen immer noch Sie selbst spielen.



Schaltbild 87

Also: Schaltschieber a/a' auf y setzen und nun bei den Schaltschiebern für d/d' bis f/f' probieren, wo das Birnchen aufleuchtet!
Sie werden erschrecken: Es leuchtet sowohl bei e als auch bei f auf.
Wie kann das sein?

Das hat schon seine Berechtigung. Man muß es in diesem Fall mit dem nächsten und mit dem dritten Schalter — also mit b/b' oder mit c/c' versuchen — bis eine eindeutige Aussage herauskommt.
Nehmen wir also b/b'! Und da zeigt sich, daß er nur mit e zusammen reagiert, nur mit e Licht und damit einen Sinn gibt. Die logische Folge: Herr Maier ist der Bürgermeister.
Was jetzt? Jetzt werden b/b' und e/e' wieder auf x zurückgestellt und „verriegelt". Das können wir beim LOGIKUS natürlich nur symbolisch tun. Vielleicht, indem wir Münzen auf die beiden Schaltschieber legen. Das bedeutet dann, daß sie nicht mehr betätigt werden dürfen.

Jetzt versuchen wir es mit Schaltschieber c/c', stellen ihn auf y und probieren mit den uns verbliebenen Schaltschiebern auf der rechten Seite, mit d/d' und f/f. Erfolg: In beiden Fällen leuchtet das Lämpchen. So geht es also nicht. Gehen wir zurück zu a/a'! Auch bei a/a' dürfen wir nur noch mit d und f probieren. Und was stellt sich heraus? Nur bei f brennt das Lämpchen: a entspricht f.

Nun ist es natürlich klar: Nur c kann noch zu d gehören, nur Herr Schulze der Arzt sein. Aber wir können es nochmal probieren, zur Sicherheit, können a/a' und f/f' verriegeln und haben nur noch c/c' und d/d' zum Schalten. Da sehen wir: Das Licht brennt, auch hier geht also die logische Rechnung auf.

11. Zum Schluß noch einfacher

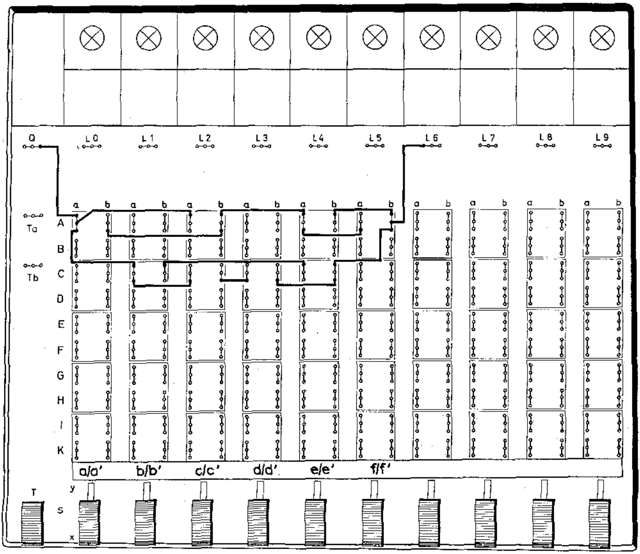
Nach diesem System kann man auf dem LOGIKUS auch noch erheblich kompliziertere Denksportaufgaben lösen. Häufig kann man beim Aufstellen der Schaltgleichungen einfacher vorgehen, als wir es hier taten, ohne das Ergebnis zu verfälschen: Man berücksichtigt bei den einzelnen Querzeilen der Wahrheitstafel die verneinenden Aussagen überhaupt nicht und kümmert sich nur ums Positive.
Das würde bei unserem Trio Müller — Maier— Schulze so aussehen:

$$\begin{aligned}
1 &= 0 \\
2 &= 0 \\
3 &= 1 \rightarrow cd = 1 \\
4 &= 1 \rightarrow ae = 1 \\
5 &= 1 \rightarrow be = 1 \\
6 &= 1 \rightarrow ce = 1 \\
7 &= 1 \rightarrow af = 1 \\
8 &= 0 \\
9 &= 1 \rightarrow cf = 1
\end{aligned}$$

Daraus ergibt sich folgende Gesamtgleichung:

$$\begin{aligned}
cd + ae + be + ce + af + cf &= 1 \\
a(e + f) + c(e + f) + cd + be &= 1 \\
(a + c)(e + f) + cd + be &= 1
\end{aligned}$$

Auf Schaltbild 88 haben wir diese Gleichung programmiert. Sie liefert dieselben Ergebnisse wie das komplizierte Programm von Schaltbild 87.



Schaltbild 88

Sehen Sie: so einfach ist Denksport auf dem LOGIKUS.

Inhaltsverzeichnis

NEU

CHEMIE-LABOR C1

Für wen ist das KOSMOS-Chemielabor C1 gedacht?

Den Anfänger führt es gründlich in die chemische Arbeitspraxis ein. Er lernt mühelos die wichtigsten Handgriffe und Grundoperationen kennen: Filtrieren, Destillieren, Sublimieren, Titrieren, Extrahieren und vieles mehr. Auch ausgesprochen moderne Laborverfahren wie die Papierchromatographie werden berücksichtigt. Der Lehrgang macht mit den wichtigsten Elementen und Stoffgruppen bekannt und vermittelt einen ersten Überblick über die anorganische und organische Chemie.

Für den Fortgeschrittenen ist da6 KOSMOS-Chemielabor C1 ein in sich abgeschlossener Lehrgang auf experimenteller Basis. Atombau, Redoxreaktionen, Säure-Base-Theorie u. a. werden aus der Sicht moderner Lehrbücher dargestellt. Deshalb ist das KOSMOS-Chemielabor C 1 die willkommene Ergänzung eines oft vorwiegend theoretischen Chemieunterrichts.

Farbsonderprospekt N 21.37 kostenlos. Anfordern beim

7 Stuttgart 1 • Postfach 640

Was enthält das Chemielabor C1

Mit dem Inhalt des Chemielabors C 1 können Sie sich ein komplettes, kleines Labor einrichten.

Neben vielen ungefährlichen Chemikalien finden wir im Einsatz die für die zahlreichen Versuche benötigten Geräte und Glaswaren, wie z. B. Grundplatte (Stativ), Uhrglas, Chromatographiepapiere, 7 Probiergläser, gerade und gebogene Glasrohre, PVC-Schlauch, Gummischlauch, Kobaltglas, verschiedene Blecharten, Glaskugeln, Objektträger, Filtrierpapier, Lackmuspapier, Magnesiumband, Probierglashalterund -bürste, Spiritusbrenner, Erlenmeyerkolben, Becherglas, Abdampfschale, Flaschen für Säuren und Laugen, Trichter, Dreifuß, Drahtnetz, Schraubzwinge, Stativschieber, Korkstopfen, einfach und doppelt durchbohrte Gummistopfen, Meßröhre, Siedestab sowie ein über 200 Seiten starkes Experimentierbuch, in dem alle Versuche ausführlich beschrieben und erläutert sind.

KOSMOS-Experimentierkästen und -Bücher erhalten Sie in Ihrer Fachhandlung.

KM = KOSMOS-Mitgiiedspreis
Preis und Konstruktionsänderungen vorbehalten.

Best.-Nr. 61-3511.1 DM 89.— KM 85.—

KOSMOS-Lehrspielzeuge und Experimentierausrüstungen haben sich millionenfach bewährt. Das Geheimnis ihres Erfolgs: sie sind kurzweilig wie ein Hobby und informieren zuverlässig wie ein Lehrbuch. Das gilt auch für das neue KOSMOS-Chemielabor C 1.